Årg. 32: 4 Dec. 1949

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FJÄRDE HÄFTET

Sid.

Hilding Slätis, Elementens uppkomst I 241
Sven Magnusson, Division från höger 255
Kurt Lundgren, Kopplingstavlor m. m. vid läroverket i Solna 257
Bo Aler och Richard Westöö, Scintillationsräknare I 261
G. Starck, Halvmikrometodik i skolans kemiundervisning 272
Einar Wetterwik, Pantografen 278
Red. Till läsekretsen 292
Bokanmälningar: Fremberg, Inledning till differential- och integralkalkylen; Rutherford, Substitutional Analysis; Denjoy, Leçons sur le calcul des coefficients d'une série trigonométrique; Hasse, Zahlentheorie; Beghin, Cours de mécanique; Hald, Statistiske Metoder; Gjelsvik, Projeksjonsteikning; Arvesen, Beskrivende geometri; Miller, Analytic Geometry and Calculus; Industrial Electronics Reference Book; Grignard, Précis de chimie organique; Watt-Hatch, The Science of Chemistry; Lundbak, Atomet og Universet; Schrödinger, Den levande cellen ur fysikalisk synpunkt; Piene, Dokumenter, litteratur m. m. til undervisningen i matematikk i den högre skolen 279
Recensenter i detta häfte 297
Gradualavhandlingar (autoreferat): A. Johansson, Röntgenografisk karakterisering av sulfidoättiksyror och merkaptaner; O. Brulin, On the Charged Meson Pair Theory of Nuclear Forces; S. Sunner, Studies in Combustion Calorimetry Applied to Organo-Sulphur Compounds; A. Ljunghall, The Intensity of Twilight and its Connection with the Density of the Atmosphere 293
Problemavdelning:
Matematiska uppgifter (red. av S. Bågman) 298
Matematiska och fysikaliska uppgifter i studentexamen h. t. 1949 301
Realexamen h. t. 1949: Provräkning 307
Praktisk realexamen h. t. 1949: Uppgifter i fysik och Uppgifter i beskrivande maskin- och byggnadslära 308, 310
Uppg. 6 i allm. kurs, aug.—sept. 1949 254
Insänd litteratur 297
Tidskrifter, innehållsöversikt 311

Annonsörer: Elektroskandia, Rudolph Grave, Lindståhls bokhandel, Norstedt & Söner, Svenska Bokförlaget, Svenska AB Philips.

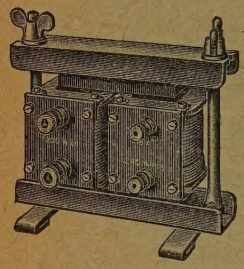
Observera andra omslagssidan!

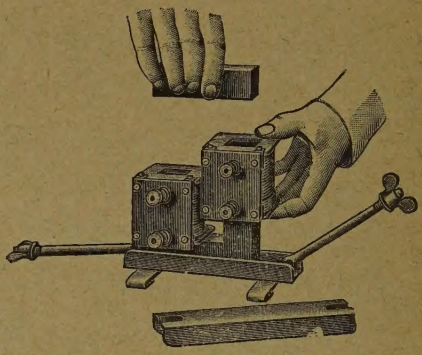
Pris pr år kr. 10: — pr häfte kr. 3: —

ALL SLAGS APPARATUR

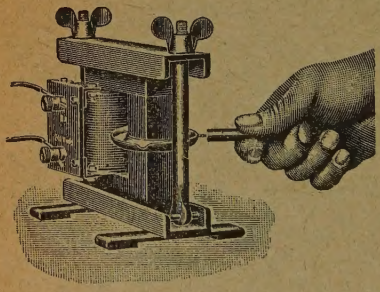
FÖR

UNDERVISNING I FYSIK





Söndertagbar transformator med mångsidig användning



Induktion-smältugn

RIKHALTIGT LAGER

RUDOLPH GRAVE A.-B.

STOCKHOLM

Elementens uppkomst I.

Av professor HILDING SLÄTIS, Stockholm.

Materiens utbredning.

Det erbjuder för den mänskliga tanken en sällsam tjusning att söka fatta universums ändlösa utsträckning. Åtskilda av svindlande avstånd finnas otaliga solsystem, vilka alla äro uppbyggda av samma element som vårt. Stjärnornas antal och utbredning förefaller oss vara obegränsad. I vårt vintergatsystem räknar man med förekomsten av 30 miljarder stjärnor, utspridda över ett i stort sett linsformigt system av ca 100 000 ljusårs diameter, och en total massa av 250 miljarder solmassor. Stjärnornas massor äro av samma storleksordning som vår sols. Största delen av materien anses dock representerad av de enormt utspridda, mörka stoftmolnen, vilka utfylla stora delar av vintergatsystemet.

Vintergatsystemet vore ju imponerande i och för sig men är blott en representant för miljoner likartade andra vintergatsystem, spiralnebulosorna, belägna på hundratal miljoner ljusårs avstånd från oss. Dessa ofantliga, s. k. metagalaktiska systems totala massa torde vara av storleksordningen 10^{18} solmassor.

Harvard-klassifikationen.

Stjärnornas massor äro av samma storleksordning, vilket är märkligt med hänsyn till de stora variationer övriga egenskaper äro underkastade. Stjärnornas spektra ha indelats i olika klasser, *O*, *B*, *A*, *F*, *G*, *K*, *M*, (Harvard-klassifikationen), representerande olika yttemperaturer hos stjärnorna, från ca 100 000° för *O*-stjärnorna till 3000° för *M*. Vår sol är en *G*-stjärna med ca 6000° yttemperatur.

Om stjärnorna inordnas i ett diagram, vars abskissa representerar spektralklassen och ordinata stjärnans absoluta ljusstyrka, fås ett s. k. HERTZSPRUNG—RUSSELL-diagram (fig. 1.) Det övre horisontella bandet representerar de röda jättestjärnorna, medan de flesta stjärnorna tillhöra den s. k. huvudserien, en linje löpande snett nedåt mot höger i diagrammet. I vänstra nedre hörnet upptagas några platser av de ljussvaga, vita dvärgarna.

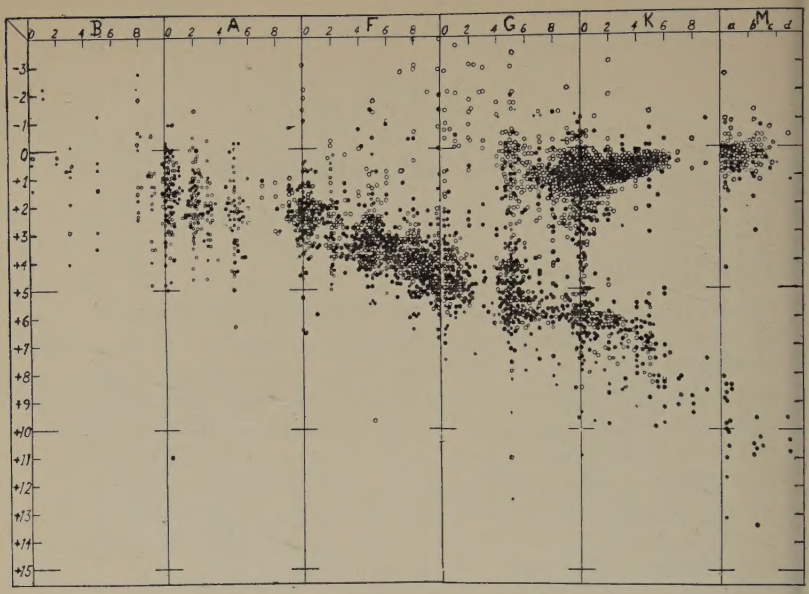


Fig. 1. Hertzsprung—Russell-diagram för 2375 stjärnor enligt H. D. Curtis. Fig. ur Publ. Astr. Soc. Pacific 34, No. 197, 1922.

Stjärnornas utveckling.

H.—R.-diagrammet representerar troligen stjärnor i olika utvecklingsstadier. Varje stjärna anses nämligen genomlöpa diagrammet, började såsom en röd jättestjärna, vilken utgör kondensationskärna i en väldig nebulosamassa. Efter hand som kontraktionen fortskrider, ökar stjärnans temperatur, och färgen blir vitare. Stjärnan förflyttar sig härvid till vänster i H.—R.-diagrammet. Sedan maximal spektralklass uppnåtts, kommer ljusstyrkan efter hand att minskas och stjärnans färg åter att bli rödare, vilket motsvarar en förskjutning längs huvudserien.

Enligt Eddingtons beräkningar torde temperaturen i centrum av huvudseriens stjärnor stiga till ca 40 miljoner grader, medan tätheten är ca 75 g/cm³. För de röda jättarna blir temperaturen i centrum en tiondedel härav, för de vita dvärgarna åter ca 100 miljoner grader.

Vid dessa temperaturer äro de lätta partiklarnas hastigheter redan så höga, att kärnreaktioner inträda. Härvid frigöres energi i sådana mängder, att den enorma energiutstrålningen från stjärnans yta kan fortgå till synes oförminskad under miljarder av år.

Frågan gäller blott vilka slag av kärnreaktioner, som bli förhärskande, och om de i naturen förekommande elementen uppbyggts på olika sätt.

Såsom vi skola finna nedan, har man kommit till den uppfattningen, att elementen i stort sett finnas och under miljarder av år funnits utbildade i proportioner liknande de nuvarande. Undersökningar av sönderfallet hos naturligt radioaktiva ämnen giva för elementen en ålder av ett par miljarder år. Till samma resultat kommer man genom flera andra betraktelser. Av särskilt intresse är i detta sammanhang universums expansion, dvs. det fenomen som yttrar sig i att de extragalaktiska nebulosorna avlägsna sig från oss med hastigheter, proportionella mot deras avstånd. En extrapolation av den tid, som förflutit sedan all materie var samlad på ett ställe, ger ävenledes ett par miljarder år.

Det förefaller sålunda, som om en gigantisk explosion av hela universum skett för ett par miljarder år sedan. Det tillstånd, som därförinnan var rådande, benämnes det prestellära tillståndet.

Kärnfysikaliska data tillåta att under vissa antaganden beräkna de temperaturer och de tryck, som krävas för skapandet av elementen i de proportioner, vari de nu förekomma. Sålunda kunna olika hypoteser uppställas för huru det nuvarande universum eller i varje fall huru de nuvarande elementen skapades ur »urmassan». Huru denna i sin tur uppkommit, är en fråga för sig.

Materiens tillstånd under extremt höga tryck och temperaturer.

I en artikel av Hund (2)[1] sammanställas de slutsatser, till vilka man kommit angående materiens tillstånd under extremt höga tryck och temperaturer.

Under vanliga tryck och temperaturer är materien antingen kondenserad (fast eller flytande) eller en gas. Vid högre temperaturer sönderfaller gasen, om den är fleratomig. Gas och kondensat övergå vid högre temperaturer och tryck kontinuerligt i varandra, vid lägre temperatur och tryck äro de däremot till varandra gränsande faser. Detta tillstånd för järn och närliggande element är framställt till vänster på diagrammet i fig. 2.

Elektrongasen.

Vid högre temperaturer komma atomerna småningom att joniseras, så att ví slutligen få en gas bestående av elektroner och kärnor. Om kärnladdningen är någorlunda stor, komma kärnorna

[1] Se Litteratur sid. 254.

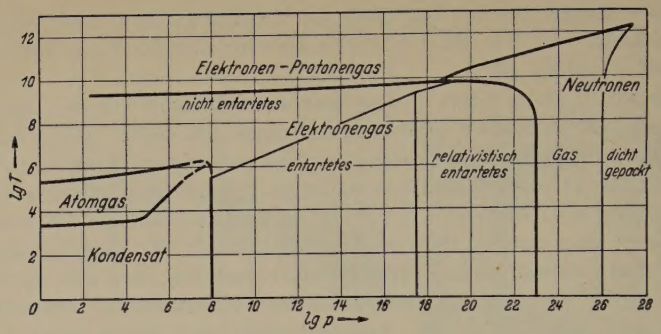


Fig. 2. Materiens aggregationstillstånd vid höga temperaturer och tryck. Fig. ur litt. nr 2.

till följd av sitt i förhållande till elektronerna ringa antal icke att spela någon större roll i tillståndsekvationen, varför det hela kan betraktas såsom en elektrongas, som utåt är elektriskt neutral på grund av de invävda positiva kärnorna. Då temperatur och tryck äro höga, komma Coulomb-energierna att bli försumbara i jämförelse med de kinetiska energierna, varför gasen kan betecknas såsom ideal. Detta gäller ända tills de kinetiska energierna bli så stora, att kärnreaktioner inträda.

Vid beräkningen av tillståndekvationerna har man att beakta Paulis princip, enligt vilken varje cell i fasrymden (med tre rymd- och tre impulsdimensioner) kan upptaga högst två elektroner (Fermi-statistik). Sålunda ökas elektronernas nollpunktsenergi (energi vid temperaturen noll), som är stor i jämförelse med den del av energien, som beror av temperaturen. Gasen betecknas såsom starkt urartad. Medan materiens egenskaper vid vanligt tryck beror av det betraktade ämnet eller elementet, komma vid högre tryck ämnena att allt mera likna varandra.

Vid höga hastigheter hos elektronerna måste dessa behandlas relativistiskt. Fermi har angivit tillståndsekvationen i övergångsområdet mellan icke-relativistisk icke-urartad gas och icke-relativistisk urartad gas, Stoner och Chandrasekhar tillståndekvationen för övergången från icke-relativistisk urartad till relativistisk urartad gas.

Elektrongas-tillståndet anges i mitten av fig. 2.

Elektron-protongasen och neutrongasen.

Vid termodynamisk jämvikt borde man endast ha atomkärnor i närheten av atomvikten 100. Att materien vid lägre temperatur

faktiskt innehåller även andra kärnor innebär sålunda en avvikelse från den termodynamiska jämvikten. Att detta är möjligt beror på att det vid låga temperaturer icke finnes någon process, som kan återställa jämvikten. Orsaken härtill är Coulomb-kraften, som förhindrar kärnor och protoner att komma tillräckligt nära varandra. Vid höga temperaturer kommer däremot en elektriskt neutral gas av protoner, elektroner och neutroner att vara mera sannolik än en gas av tunga kärnor och elektroner. En närmare undersökning (STERNE) visar, att man vid en viss temperatur och icke alltför höga tryck erhåller endast protoner och elektroner, för höga tryck och icke alltför höga temperaturer åter endast neutroner. Dessa olika tillståndsområden illustreras i fig. 2.

Förekomsten av höga tryck och temperaturer.

BRIDGMAN har uppnått ca 10^5 atmosfärer och är sålunda ännu rätt långt ifrån den fasta kroppens övergång till den urartade elektrongasen. Detsamma kan sägas om trycket i jordens medelpunkt, som är ca $3 \cdot 10^6$ atmosfärer. Materien bibehåller ännu sina av elektronanordningen betingade egenskaper. Trycket i Jupiters inre beräknas vara av storleksordningen 10^8 atmosfärer, varför övergångsområdet mellan atomgas, kondensat och urartad elektrongas där är uppnått.

I solens inre råder ett tryck av $2{,}3 \cdot 10^{11}$ atmosfärer, tätheten 120 g/cm^3 och temperaturen $4{,}5 \cdot 10^7$ grader. Vi ha alltså ännu blott icke-urartad elektrongas. Liknande är förhållandet i övriga, vanliga fixstjärnor.

Av särskilt intresse är emellertid förekomsten av vita dvärgstjärnor. Det var även de, som riktade fysikernas uppmärksamhet på materiens förhållande vid höga tryck och temperaturer. Exempelvis har Sirius' drabant en medelpunktstäthet av mer än 10^6 g/cm^3 samt ett medelpunktstryck av 10^{17} atmosfärer och når sålunda övergångsområdet till relativistiskt urartad elektrongas. Ännu högre värden torde gälla för van Maanens stjärna. Man har dock icke funnit tecken, som skulle tyda på att omvandlingen till neutroner vore genomförd i någon stjärna.

Elementomvandlingen i stjärnornas inre.

v. WEIZSÄCKER (3) undersökte 1937—38 möjligheten av elementomvandlingar i stjärnornas inre. Det ursprungliga antagandet, enligt vilket alla bekanta kemiska element skulle uppstått och fortfarande skulle bildas i de nu existerande kärnorna, måste uppges på grund av följande orsaker. De tyngre elementen antogos

successivt uppbyggas genom infångning av neutroner, vilka skulle levereras samtidigt med bildandet av helium. Sedan deuterium och tritium uppbyggts genom (n, γ)-processer på väte resp. deuterium, fås nämligen helium genom (d, n)-processer på nyssnämnda deuterium och tritium.[1]

En kvantitativ undersökning leder emellertid till en undre gräns för förekomsten av helium i stjärnorna (solen), vilken icke stämmer överens med erfarenheten. Dessutom borde uran och torium byggas upp över hastigt sönderfallande mellankärnor. I själva verket borde en tung kärna i medeltal varje minut infånga en neutron, för att de instabila kärnorna mellan bly och torium icke åter skola sönderfalla. Å andra sidan visar sällsyntheten hos alla element tyngre än järn, att en sammansatt kärna (tyngre än helium) i medeltal under hela sin livstid i en stjärna icke infångar mera än 50 neutroner. En kärna borde därför ha tillfälle att vistas endast ca 1 timme i ett sådant område (t. ex. centrum) av stjärnan, där uppbyggnadsarbete äger rum. Volymen hos detta rum utgör en lika liten del av solens volym som 1 timme utgör av solens ålder. Det är svårt att föreställa sig, att en så liten del av solen vore särskilt rustad för uppbyggnadsarbete, enär temperaturen icke ökar tillräckligt snabbt för att vid det relativt svaga temperaturberoendet hos energiutvecklingen kunna utmärka ett så litet område.

v. Weizsäcker kommer sålunda till slutsatsen, att elementen funnos utbildade redan i ett prestellärt tillstånd, och att endast vissa kärnreaktioner voro ansvariga för energiproduktionen i stjärnorna.

Om en stjärna begynner sin bana såsom ett stort gasklot av ringa täthet, kommer den första energikällan att utgöras av gravitationsenergi, som frigöres vid kontraktionen. Täthet och temperatur ökas härvid icke snabbare än att den frigjorda energien kan utstråla. Sedan en viss temperatur uppnåtts, inträder energialstrande kärnreaktioner. Den främsta av dessa är den välkända reaktionscykeln med C^{12} såsom katalysator: $C^{12} + H = N^{13}$, $N^{13} = C^{13} + e^+$, $C^{13} + H = N^{14}$, $N^{14} + H = O^{15}$, $O^{15} = N^{15} + e^+$, $N^{15} + H = C^{12} + He^4$. Såsom »bränsle» uppträder sålunda väte, vilket uppbygges till helium. Då bindningsenergien för helium är stor, fås sålunda en betydande energikälla. En liknande reaktionscykel fås med syre såsom katalysator. Anmärkningsvärt är, att alla stabila

[1] Som bekant (jämför Elementa *31*, 27, 1948) betecknar exempelvis en (n, γ)-process en kärnreaktion, där projektilen är en neutron och den utslungade partikeln ett γ-kvantum. Den bombarderade kärnan skrives framför, restkärnan efter parentesen. Reaktionen D(d, n)He är sålunda en förkortning för $D_1^2 + D_1^2 = He_2^3 + n_0^1$.

isotoper av litium, beryllium och bor nedbrytas genom anlagring av protoner och leda slutligen till helium. Det överensstämmer även med erfarenheten att Li, Be och B äro särskilt sällsynta i solen, icke endast i jämförelse med andra element i solen, utan även i jämförelse med samma element på jorden, där ju elementomvandlingen upphört för länge sedan. Bethe antager, att nedbrytningen av dessa lätta element och även av deuterium utgör energikälla för de röda jättestjärnorna, vilkas temperatur ännu icke uppnått den för kolcykeln erforderliga höjden.

Det prestellära tillståndet.

v. Weizsäckers teori.

Sedan elementens uppkomst hänskjutits till det prestellära tillståndet, blir det av intresse att beräkna temperatur och tryck vid nämnda tillfälle. Mellan elementens förekomst och deras massdefekt råder en utpräglad parallellism, varför man måste antaga, att kinetiska energien hos reaktionspartnerna var av samma storleksordning som kärnbindningsenergierna. Vid så höga energier måste en termodynamisk jämvikt snabbt hava inställt sig mellan kärnreaktionerna. Coulomb-krafterna spela nämligen åtminstone för de lättare kärnorna ingen roll mera, och fria protoner omvandlas ofta till neutroner, varför sådana stå till förfogande för uppbyggnad och nedbrytning av tyngre kärnor.

Beräkning av temperaturen ur isotopernas förekomstförhållande.

För förekomstförhållandet mellan närbelägna kärnor kan man använda Sahas formel. Vi betrakta anlagringen av en neutron. Om n_A är antalet kärnor av atomvikten A per cm³, n_1 antalet neutroner och E_A den energi, som måste användas för att avlägsna en neutron från kärnan med massan A, så är

$$\frac{n_{A-1} \cdot n_1}{n_A} = g_A \cdot e^{-E_A/kT}, \qquad (1)$$

där

$$g_A = \frac{G_{A-1}}{G_A} \cdot \frac{2(2\pi MkT)^{3/2}}{h^3}. \qquad (2)$$

G_A är den statistiska vikten av kärnan med massan A, ett tal av storleksordningen 1. Den andra faktorn i (2) innehåller de fria neutronernas statistiska vikt, nämligen antalet neutroner per volym-

enhet, för vilka fasceller stå till förfogande vid den givna temperaturen.

Då (1) och (2) tillämpas på två successiva neutroninfångningar, fås för temperaturen och neutrontätheten följande ekvationer

$$kT = \frac{E_A - E_{A-1}}{\ln \frac{n_{A-2} n_A}{n^2_{A-1}} \cdot \frac{G^2_{A-1}}{G_{A-2} G_A}}; \qquad \frac{n_1}{g_A} = \frac{n_A}{n_{A-1}} \cdot e^{-E_A/kT}. \quad (3) \quad (4)$$

Dessa formler tillämpas på

$$\left.\begin{aligned} O^{16} + n &= O^{17} \\ O^{17} + n &= O^{18} \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Om man sätter $n_{16} = 10^4$, följer ur empiriska data $n_{17} = 4$ och $n_{18} = 20$. Vidare är $E_{17} = 4{,}2$ MeV och $E_{18} = 9{,}1$ MeV. G_{16} och G_{18} kunna sättas lika med 1. Om spinnet för O^{17} är $\frac{1}{2}$, blir $G_{17} = 2$. Sålunda fås $kT = 0{,}41$ MeV eller

$$T = 4{,}7 \cdot 10^9 \text{ grader.}$$

För n_1 fås ca 10^{25}, vilket motsvarar en neutrontäthet av ca 10 g/cm³. Samma metod har av Chandrasekhar och Henrich prövats på andra isotoptripletter (Ne, Mg, Si, S) och givit resultat av samma storleksordning (jfr även litt. nr 6).

Beräkning av temperaturen ur elementens förekomstfördelning.

Den empiriska förekomstfördelningen hos kärnorna visar jämte starka variationer hos närliggande element i stort sett en anmärkningsvärd regelbundenhet. Fastän en kärna ofta är 1000 gånger allmännare än sin granne, ändrar sig medelförekomsten från syre till bly endast med en faktor av storleksordningen 10^6. Vill man, utgående från förekomsten av syre, uträkna förekomsten av bly, har man att nästan 200 gånger använda formeln (1) (härvid anlagras dels protoner, dels neutroner). För att det resulterande förhållandet n_O/n_{Pb} skall bli $\approx 10^6$ kommer faktorn

$$\frac{n_{A-1}}{n_A} = \frac{G_A}{n_1} \cdot e^{-E_A/kT},$$

som anger förekomstförhållandet mellan två på varandra följande kärnor, att *i medeltal* vara nära lika med 1. Betecknas detta medeltal med f, fås $f^{200} \approx 10^6$ eller $f = 1{,}07$.

Om alla viktsfaktorer G_A sättas lika med 1, får G_A ett värde som visserligen är proportionellt mot $M^{3/2}$, men som för en grövre överslagsräkning kan sättas lika med en konstant g. Betraktas

kärnorna såsom neutronkondensat, och anser man varje kärnstorlek vara lika sannolik, dvs. om bindningsenergien E_A per nucleon är oberoende av A, $E_A = E =$ konstant, blir $n_{A-1} = n_A$ och (1) antar formen

$$n_1 = g\, e^{-E/kT}. \qquad (6)$$

Men detta är neutronvätskans ångtrycksekvation, som anger koncentrationen hos den neutrongas, som står i jämvikt med sitt kondensat, i detta fall kärnorna själva.

Om nucleonernas bindningsenergi icke är oberoende av A, utan går, för enkelhetens skull linjärt, från $E + \varepsilon$ för syre över de ca 200 masstalen till E för bly, så att de successiva bindningsenergierna sålunda äro

$$E + \frac{200 \cdot \varepsilon}{200},\quad E + \frac{199 \cdot \varepsilon}{200},\quad \ldots,\quad E + \frac{\varepsilon}{200},\quad E,$$

fås, då man för varje atomslag insätter motsvarande bindningsenergi i ekv. (1), ersätter g_A med den konstanta faktorn g och multiplicerar de så erhållna 200 ekvationerna,

$$\frac{n_A}{n_{A+200}} \cdot n_1^{200} = g^{200} \cdot e^{-200\,E/kT - 100\,\varepsilon/kT}.$$

Med hänsyn till (6) fås härur

$$n_A/n_{A+200} = e^{-100\,\varepsilon/kT}. \qquad (7)$$

Med beaktande av att detta förhållande (7) för syre till bly är ca 10^6 fås, då $\varepsilon = 3$ MeV insättes, $kT = 20$ MeV eller $T = 2{,}3 \cdot 10^{11}$ grader. Denna temperatur fordras sålunda för att förklara den »utjämnade» förekomstfördelningen hos elementen såsom ett resultat av en termodynamisk jämvikt. Då isobargrupperna gåvo ett resultat, som var lägre med en faktor 50, kan man föreställa sig att kärnreaktioner försiggått inom ett rätt vidsträckt temperatur- och tryckintervall, och att härunder förekomstfördelningens finstruktion utvecklades, speciellt sedan förekomsten av neutroner upphört.

Materieanhopningen i det prestellära stadiet.

Vid sökandet efter någon lämplig plats, där elementen skapats i sitt nuvarande förekomstförhållande, finner v. Weizsäcker, att stjärnor icke äro lämpade härför. Stjärnorna innehålla väte i betydligt större koncentration än den, som svarar mot termodynamisk jämvikt. De högsta temperaturerna och trycken uppnås först sedan allt väte praktiskt taget förbrukats. Man måste därför tänka sig en prestellär jättestjärna, där gravitationskraften varit tillräcklig för åstadkommandet av nödigt tryck och därav följande

täthet. En sådan stjärna måste bli explosiv, emedan höjningen av tätheten leder till höjning av temperaturen och sålunda en accelererad frigörelse av kärnenergi. En antydan i denna riktning utgör förekomsten av cepheiderna, de pulserande stjärnorna, vilka alla äro jättestjärnor, och där pulsationsperioden växer med massan. Att stjärnornas massor äro av ungefär samma storleksordning tolkas just såsom ett tecken på, att större massor leda till explosion av stjärnorna. Om sålunda ursprungligen stora ansamlingar av materie, måhända vätgas, sammandrogo sig under gravitationens inverkan, och därunder erhöllo en högre centraltemperatur, kommo de slutligen i ett tillstånd, då kärnreaktioner inträdde i deras inre. Om massan var tillräckligt liten, kunde de bestå såsom stabila eller pulserande kärnor; om massan däremot var för stor, förlöpte kärnreaktionerna explosivt och sprängde stjärnan, som sedan spred sig diffust i rummet eller samlade sig till nya, mindre stjärnor, där fenomenet upprepades, tills endast stabila stjärnor och utbredda, diffusa, mörka moln återstodo.

Den första ansamlingen kan nu tänkas ha omfattat all förefintlig materia i världsrymden. Ett stöd för möjligheten av att de flyende spiralnebulosorna härröra sig från ett sönderSprängt system, finner v. Weizsäcker däri, att den energi, som frigöres vid kärnreaktionerna, utgör ca 1 % av materiens viloenergi, och tilldelar kärnorna en hastighet av i medeltal en tiondedel av ljushastigheten. Sådana äro just hastigheterna hos de nämnda nebulosorna. Teorien kunde tänkas prövad genom en undersökning av huruvida nebulosornas antal minskas, då man kommer över en viss, kritisk radialhastighet.

Bethes teorier.

Bethe (4) bekräftade den av v. Weizsäcker funna kolcykeln såsom energikälla för solstrålningen. För alla kärnor lättare än kol komma reaktioner med protoner att leda till emission av en α-partikel och sålunda till förstörelse av den ursprungliga kärnan. En korrekt energibalans fås för solen, om dess centrum har en temperatur av 18,5 miljoner grader. Integration av Eddingtons ekvationer ger 19 miljoner grader, varför överensstämmelsen är mycket god. Motsvarande tal för den ljusstarka stjärnan Y Cygni äro 30 och 32 miljoner grader. För rödare stjärnor antages reaktionen $H + H = D + e^+$ och följdreaktioner vara ansvariga för energiproduktionen. Ytterligare visade Bethe, att inga element tyngre än He^4 kunna byggas upp i vanliga stjärnor.

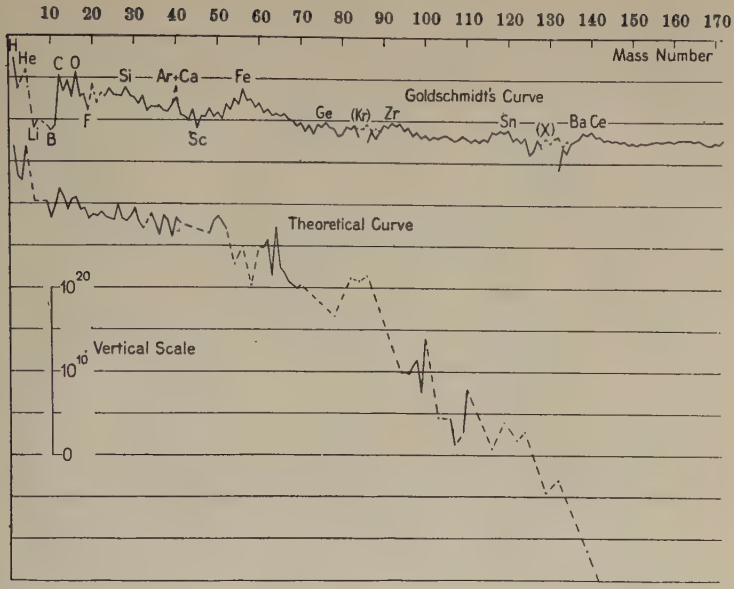


Fig. 3. Logaritmiska elementförekomstfördelningen, empiriskt enligt Goldschmidt och teoretiskt enligt Klein, Beskow och Treffenberg. Fig. ur litt. nr 7.

Klein och medarbetare.

Klein, Beskow och Treffenberg (7) använde Gibbs statistisk-termodynamiska metod för beräkningen av temperatur och täthet i det prestellära stadiet. De funno en temperatur av 10^{10} grader och en täthet lika med $\approx 4 \cdot 10^{8}$ g/cm^3. Dessutom kommo de till resultatet, att distributionen utgjordes huvudsakligen av neutroner, vilka under den senare expansionen måste hava transformerats till protoner. Dessas antal utgjorde ursprungligen endast omkring 2 % av neutronmängden. Den teoretiska förekomstfördelningen av elementen jämfördes med Goldschmidt's empiriska kurva (fig. 3). I stort sett äro kurvorna parallella för atomnummer $<$ ca 60—70. Dock ses enskilda höga toppar på den teoretiska kurvan, vilka ej återfinnas på den empiriska. De tyngre elementens förekomst kunde ej förklaras av teorien på detta stadium, om än överensstämmelsen mellan teori och erfarenhet här var större än i de tidigare teorierna av v. Weizsäcker, Chandrasekhar och Henrich, vilka icke beaktat förekomsten av neutrinos.

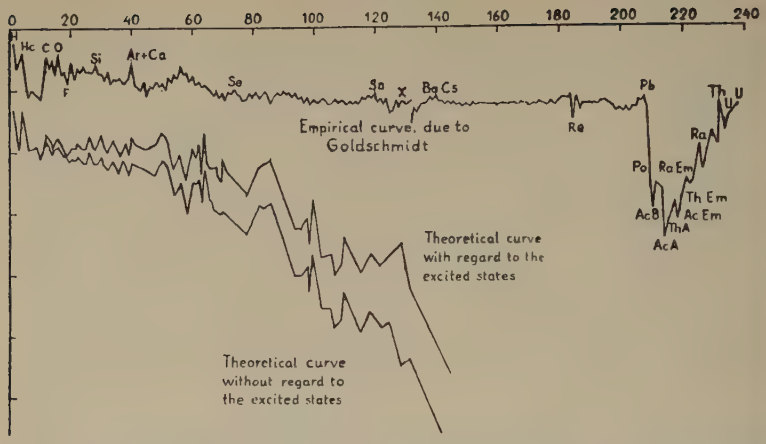


Fig. 4. Logaritmiska elementförekomstfördelningen, empiriskt enligt Goldschmidt och teoretiskt enligt Beskow och Treffenberg. Fig. ur litt. nr 8, I.

Senare beaktade Beskow och Treffenberg även de tidigare försummade exciterade nivåerna hos kärnorna. Överensstämmelsen med Goldschmidt's kurva blev nu något bättre, men de tyngre elementens förekomst kunde ej förklaras på detta sätt (fig. 4). Såsom tidigare nämnts, försökte v. Weizsäcker finna en förklaring för de tyngre elementens förekomst däri, att de bildats under en tidigare epok med högre temperatur och täthet. Beskow och Treffenberg finna det osannolikt, att de tyngre elementen kunnat överleva ett kvasijämviktsstadium, svarande mot distributionen av de lättare elementen. Medellivstiden för uran skulle exempelvis vara blott bråkdelen av en sekund med hänsyn till sannolikheten för fission vid denna höga neutronkoncentration. Å andra sidan skulle ingen möjlighet för regeneration förefinnas, enär jämviktsförekomsten vore ett hundratal tiopotenser under den faktiska (dvs. mindre än en atom i den kända delen av universum).

På förslag av Klein antogo Beskow och Treffenberg i stället, att betingelserna för alstrandet av lätta och tunga element realiserades samtidigt i olika sfäriska skal av någon därför lämpad stjärna, varefter de olika elementen senare blevo blandade vid någon expansion eller explosion, som måste ha varit så hastig, att jämviktsfördelningen »frös in», åtminstone till en betydande del.

Beräkningen utfördes under antagande av en temperatur av 10^{10} grader (motsvarande en partikelenergi av 1 MeV). Märkligt nog

erhållas stjärnmodeller, vilkas massor äro av storleksordningen 40 solmassor. I centrum av 8 olika modeller antages tätt packad materia av en täthet lika med den i atomkärnorna, ca $1{,}4 \cdot 10^{14}$ g/cm³. I en nionde modell antages tätheten $5 \cdot 10^{12}$ g/cm³. Radien hos denna »solkärna» är av storleksordningen 5—10 km och innehåller 0,037—0,29 solmassor. På ett centrumavstånd av ca 100 000 km är tätheten 10.

Den teoretiska förekomstfördelningen hos elementen visar en anmärkningsvärd överensstämmelse med Goldschmidt's fördelningskurva, såsom framgår av fig. 5. Förekomsten av element i närheten av järn är i teorien mindre än den faktiska. Å andra sidan råder ett motsatt förhållande vid de tyngsta elementen och för väte. Båda dessa avvikelser finna sin förklaring i absorptionen av protoner och neutroner i explosionsögonblicket ävensom fissionen bland de tyngsta ele-

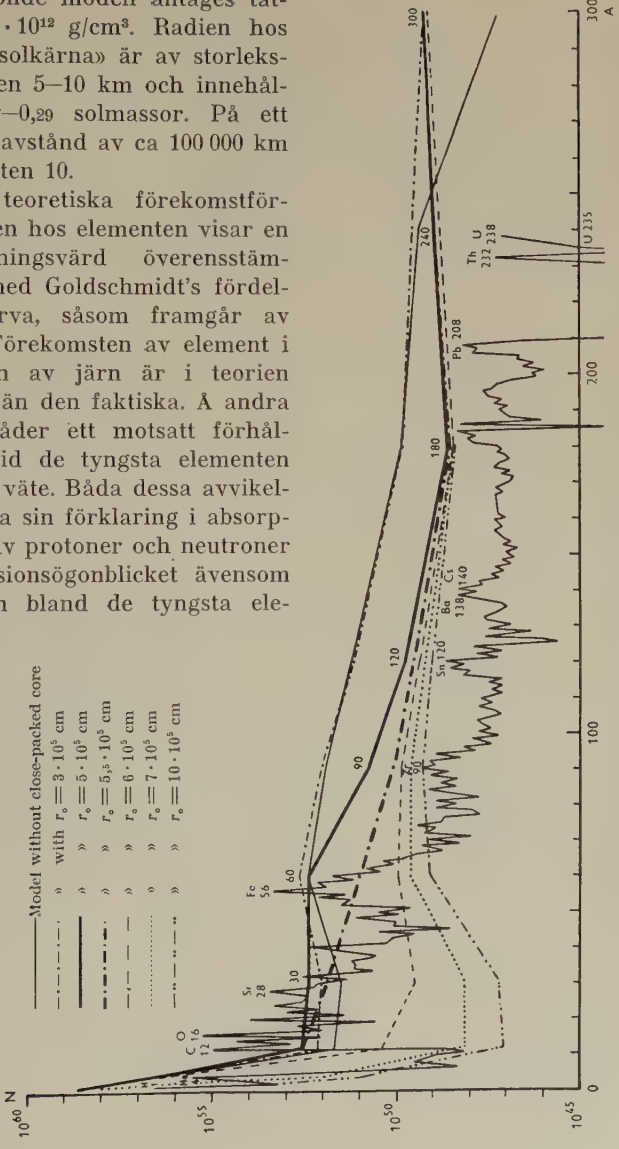


Fig. 5. Logaritmiska elementförekomstfördelningen, empiriskt enligt Goldschmidt och teoretiskt enligt (Klein), Beskow och Treffenberg. Fig. ur litt. nr 8, II.

menten, vilka sistnämnda leder till en ökning av de stabilaste mellankärnorna. *Forts.*

Litteratur:

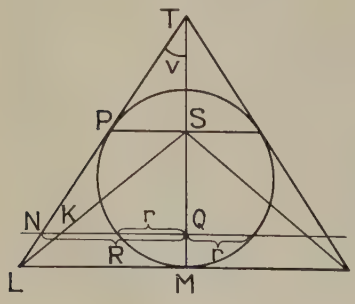
1. Å. Wallenquist, Vi och vår värld, Åhlén & Söners förlag, Sthlm 1938.
2. F. Hund, Ergeb. d. exakt. Naturw. *15*, 189, 1936.
3. C. F. v. Weizsäcker, Phys. Zeitschr. *38*, 176, 1937; *39*, 633, 1938.
4. H. A. Bethe, Phys. Rev. *55*, 434, 1939.
5. Å. Wallenquist, Kosmos *20*, 39, 1942.
6. C. Reuterswärd, Kosmos *23*, 45, 1945.
7. O. Klein, G. Beskow, L. Treffenberg, Arkiv f. Mat., Astr. o. Fysik *33 B*, N:o 1, 1946.
8. G. Beskow, L. Treffenberg, Arkiv f. Mat., Astr. o. Fysik *33 A*, N:o 13, I, 1947; *34 A*, N:o 17, II, 1948.

Uppg. 6 i allmän kurs, aug.—sept. 1949

kan lösas med hjälp av Cavalieris princip. Uppgiften lyder: »I en rät kon med toppvinkeln $2v$ inskrives ett klot. En skålformig kropp begränsas av konens basyta och de närmast denna belägna delarna av klotets yta och konens mantelyta. Ange under enklaste form förhållandet mellan volymen av denna kropp och konens volym.»

Man kan visa, att den skålformiga kroppen har samma volym som en kon med samma basyta som den givna och med spetsen S i medelpunkten till beröringscirkeln. I så fall är förh. $= SM : TM = PL : TL = LM : TL = \sin v$.

Bevis: Ett godtyckligt plan parallellt med bottenytan utskär i »skålen» en cirkelring med ytan Y och radierna r och R och i konen en cirkel med ytan Y_1 och radien KQ. Man har $Y = \pi(R + r)(R - r) = \pi\overline{PN}^2$. Men $PN : PL = SK : SL = KQ : LM$, varav, då $PL = LM$, även $PN = KQ$, dvs. $Y = Y_1$. »Skålen» och konen med spetsen i S ha då lika volymer enl. Cavalieris princip: »Om mellan samma parallella plan belägna kroppar skäras av med de givna parallella plan och därvid de skärningsytor, som ligga i samma plan ständigt äro lika, så ha kropparna samma volym.»



Red.

Division från höger.

Av läroverksadjunkt SVEN MAGNUSSON, Skara.

För att undersöka ett tals delbarhet kan man använda divisorer, som sluta på 1, 01, 001, ..., samt börja divisionen från höger. Räkningarna underlättas av att man då genast ser, hur många gånger »det går», vilket anges av talets sista siffra, resp. 2, 3, ... sista siffror. Då divisorernas slutsiffror äro 01, 001, ..., bli räkningarna kortare än vid vanlig division.

I följande exempel äro de sista siffrorna i subtrahenderna ej utskrivna.

Ex. $N = 844876817$, $d = 101$ $\qquad$ $N = 748481831$, $d = 901 = 17 \cdot 53$

844876817 : 101	748481831 : 901
-17	-279
8751	84539
-51	-351
4436	74494
-36	-846
808	$-102 = -6 \cdot \underline{17}$
-08	
0	

I första exemplet fås kvoten av de två sista siffrorna i varje minuend. $N = 101 \cdot 8365117$.

I det andra exemplet är N jämnt delbart med 17 men ej med 53. Kvoten $N : 17$ fås, om man tar bort faktorn 17 ur subtrahenderna och resten. $N = 17(53 \cdot 943931 - 6 \cdot 10^6) = 17 \cdot 44028343$.

Med divisorerna 101, 201, ..., 901 kan man på detta sätt avgöra delbarhet med primtalen 3, 7, 17, 43, 53, 67, 89, 101, 167, 401, 601, 701.

Ex. $N = 663256749701$, $d = 1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$

663256749701
-701
256048
-048
663208
-208
$455 = 5 \cdot \underline{7} \cdot \underline{13}$

Alltså är N jämnt delbart med 7 och 13 men ej med 11. Av de tre sista siffrorna i minuenderna fås kvoten sålunda:

$$N = 7 \cdot 13(11 \cdot 208048701 + 5 \cdot 10^9) = 7 \cdot 13 \cdot 7288535711.$$

$d = 2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$ ger ett kriterium för primtalen 3, 23 och 29.

I talen 1001, 2001, ..., 10001, 11001 ingå följande primtal som faktorer 3, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 73, 127, 137, 193, 353, 1667, 3001, 4001, 7001 och 9001.

Vid division med 11, 101, 1001, ... kan räkningen göras på en rad under dividenden. Vid subtraktionen skrives varje restsiffra omedelbart framför den redan erhållna delen av kvoten.

Ex. $N = 3541373$, $d = 11$

3541373
321943
0

Alltså $N = 11 \cdot 321943$.

Om man till N *adderar* multipler av tal, som sluta på 9, 99, 999, ..., får man en liknande prövningsmetod som ovan.

Ex. $599 = 600 - 1$ (primtal)

Till talet N adderas den multipel av $600 - 1$, som anges av talets två sista siffror.

$N = 7552791$ $\qquad (600-1) \cdot 91 = 54600 - 91$

+546
76073
+438
1198
+588
599

Alltså blir summan $= 599 \cdot 10^6 = N + 599 \cdot 987391$ och

$$N = 599(10^6 - 987391) = 599 \cdot 12609.$$

Kvoten fås alltså genom att de överskjutande siffrorna i uträkningen här ovan subtraheras från 9, den sista från 10.

Boknytt

för matematiker, fysiker och kemister!

1. *D'Ans, J. & Lax, E.* Taschenbuch für Chemiker und Physiker. 2. Auflage. 1896 s. Berlin 1949, kr. 48: 60

2. *Cramér, H.* Sannolikhetskalkylen och några av dess användningar. 255 s. 1949, inb. kr. 23: —

3. *Gröbner, W.* Moderne algebraische Geometrie. Die idealtheoretischen Grundlagen. 212 s. Wien 1949, kr. 31:—

4. *Hardy, G. H.* Divergent Series. 396 s. Oxford 1949, kr. 25: 50

5. *Kraitchik, M.* Mathematical Recreations. 4th impression. 328 s. London 1949, kr. 11: 25

6. *Margenau, H., Watson, W.W. & Montgomery, C. G.* Physics. Principles and Applications. 760 s. New York 1949, kr. 26: 25

7. *Miall, S. & Miall, L. M.* A New Dictionary of Chemistry. 2nd ed. 589 s. London 1949, kr. 51: —

8. *Partington, J.R.* An Advanced Treatise on Physical Chemistry. Vol. I. Fundamental principles. The Properties of Gases. 943 s. London 1949, kr. 68: —

9. *Rutherford, D. E.* Vektoranalys med tillämpningar inom differentialgeometri, mekanik och potentialteori. 170 s. 1949, kr. 9: —

10. *Tyler, F.* A Laboratory Manual of Physics. 207 s. London 1947 (Reprint 1948) kr. 6: 75

11. *Vallée Poussin, Ch.-J. de la.* Le potentiel logarithmique. Balayage et représentation conforme. 452 s. Louvain 1949, kr. 37: 50

12. *Arvesen, O.P.* Lærebok i beskrivende geometri. 211 s. Oslo 1948, kr. 17: 85

Känner Ni till "Lindståhls Boknyheter"?

Det är en bokförteckning, upptagande nyheter på svenska och utländska språk inom såväl naturvetenskaperna som övrig vetenskap. Den utges varannan månad och sändes kostnadsfritt till intresserade.

AB HENRIK LINDSTÅHLS BOKHANDEL

Stockholm

(E)

Från Lindståhls Bokhandel, Odengatan 22, Stockholm beställes — mot postförskott — att debiteras mitt konto:

..... Nr.....

1 gratisabonnemang på Lindståhls Boknyheter

Namn .....

(skriv tydligt)

Adress .....

i stället för batterier...

SKANDIA ELKRAFTTAVLA

● Tavlan är transportabel, och kan flyttas från lärosal till laborationssal och omvänt ● Den lämnar lik- och växelspänningar, som äro kontinuerligt reglerbara utan förluster ● Stora instrument av vridspoletyp ge hög noggrannhet och äro synliga för ett större auditorium ● Instrumenten ha dubbla skalor varigenom även låga värden kunna avläsas med hög noggrannhet ● Tavlan är skyddad med automatsäkringar på likströmssidan, proppar behöva ej bytas.

ELEKTROSKANDIA
Avd. LA

STOCKHOLM • NORRA STATIONSGATAN 75–77

Göteborg - Malmö - Nässjö - Karlstad - Gävle - Sundsvall - Östersund - Umeå

Kopplingstavlor m. m. vid läroverket i Solna.

Av läroverksadjunkt KURT LUNDGREN, Solna.

Den utrustning, varigenom arbetsplatser i lärosalar och laboratorier för fysik och kemi förses med elektrisk ström, är så mångskiftande, att det knappast torde finnas två skolor med samma utrustning härför. Härtill finnas givetvis flera anledningar. Icke minst har den tekniska utvecklingen på hithörande områden varit av betydelse. Men även lokala förhållanden ha spelat in, varjämte olika personliga uppfattningar gjort sig gällande. Samma faktorer ha varit bestämmande vid utformningen av kopplingstavlor m. m. vid det nyuppförda läroverket i Solna, och för dem av Elementas läsare, som kunna vara intresserade av denna del av läroverkets utrustning, lämnas här en kort redogörelse för densamma.

Arbetsborden i de båda lärosalarna för fysik ha uttagen för elektrisk ström placerade i en i bordet nedfälld låda med lock. Här finnas två uttag för likström, ett för enfas växelström samt uttag för trefas växelström. De senare utgöras av tre tvåpoliga uttag, direkt anslutna till nätets respektive faser samt till noll. De tre förra matas från nätet via kopplingstavlor, en i varje lärosal.

I vardera tavlan finnas två selenlikriktare. Den ena ger mellan 0 och 60 V kontinuerligt varierbar likspänning, som regleras med en vridtransformator, från vilken kan alternativt uttagas från 0 till 220 V variabel växelspänning. Den andra likriktaren ger fast spänning, 110 V i realskolans lärosal, 110 eller 220 V i gymnasiets. Strömmen från denna likriktare kan emellertid uttagas även över ett vid sidan av tavlan placerat reglerbart motstånd på 60 ohm, som kan kopplas antingen som seriemotstånd eller som spänningsdelare.

Som av bild 1 framgår har tavlans front tre avgränsade fält, ett för enfas växelspänning, ett för likspänning 0—60 V och ett för likspänning 0—110 V (resp. 0—220 V). På dessa fält finnas ratt för manövrering av vridtransformatorn, strömbrytare, signallampor, omkopplare, säkringar och mätinstrument för den uttagna strömmens spänning och styrka. Tavlan i den ena lärosalen lämnar även ström till preparationsrummet, vars uttag äro kopplade parallellt till uttagen i lärosalens arbetsbord.

I fysiklaboratoriet finnas vid varje arbetsplats (en vid »lärarbordet», två vid vart och ett av de fyra övriga borden) tre uttag, ett med oförväxelbara kontakter för likström, ett liknande för den

Bild 1. Kopplingstavla i lärosalen för realskolan. Dimensioner i mm: 650 (höjd), 900 (bredd), 200 (djup). Tre avgränsade fält för resp.: enfas växelspänning 0 — 220 V, likspänning 0 — 60 V och likspänning 0 — 110 V (resp. 0 — 220 V).

till samtliga arbetsplatser löpande »serieslingan» samt ett vanligt uttag för växelström. En strömbrytare vid varje arbetsplats möjliggör kortslutning av uttaget till serieslingan.

Bild 2 visar laboratoriets kopplingstavlor. Till vänster (a) synes den ena likströmstavlan, varifrån uttagen för likström kunna matas med mellan 0 och 28 V kontinuerligt variabel likspänning. Maximala strömstyrkan är 8 A per uttag utan tidsbegränsning. Kortvarigt kunna större strömstyrkor uttagas. För att de vid de olika arbetsplatserna arbetande grupperna icke skola störa varandra därigenom, att en av en grupp företagen ändring i den uttagna strömmens styrka förorsakar variationer i spänningen även vid de övriga arbetsplatserna, har varje uttag sin separata selenlikriktare i tavlan. För reglering av spänningen användes emellertid endast en variabel transformator. Som av principschemat till tavlan (bild 3) framgår äro likriktarna kopplade till denna skjutttransformator på så sätt, att de till de olika ventilerna hörande fasta transformatorerna ha sina primärsidor anslutna till skjuttransformatorns sekundärsida. Denna anordning har visat sig fungera väl. Vid ett företaget prov slöts resp. bröts en ström på 10 A från ett uttag. På en samtidigt till ett annat uttag ansluten voltmeter kunde därvid ej minsta förändring i spänningen iakttagas.

Tavlan har en amperemeter och en voltmeter, vilka med knappkontakter kopplas till det uttag, för vilket kontroll önskas. Signallampor markera, om uttag äro spänningsförande. Strömmen till dessa lampor tages från en särskild transformator och inkopplas samtidigt med likriktarna genom dubbelverkande strömbrytare.

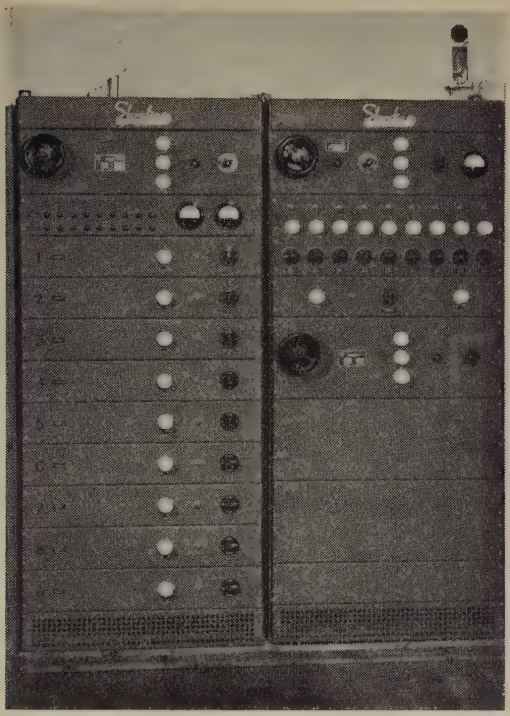


Bild 2. Kopplingstavlor i fysiklaboratoriet. Dim. i mm: 1730 (höjd), 1600 (sammanlagd bredd), 260 (djup). a. likspänning 0 — 28 V. b. växelspänning 0 — 220 V. c. likspänning 0 — 110 V.

Likströmsuttagen kunna även matas från en andra likströmstavla med selenlikriktare och skjuttransformator — undre delen av fotografiets högra hälft (c). Härvid kan den uttagna spänningen regleras mellan 0 och 110 V. Denna tavla är så till vida av enklare konstruktion, som den endast har en likriktare, till vilken de olika uttagen kopplas parallellt. Härvid fungera mätinstrument och signallampor på den förut beskrivna kopplingstavlan på samma sätt, som då denna tavla lämnar strömmen.

På bild 2 synes överst till höger (b) växelströmstavlan. Spänningen kan varieras mellan 0 och 220 V med en skjuttransformator. Tavlan har en voltmeter, som kan kopplas till ett av växelströmsuttagen i sänder eller till serieslingans ändpunkter. Utrustningen med signallampor är densamma som för likströmstavlorna. Särskilda anordningar för att grupperna ej skola störa varandra äro

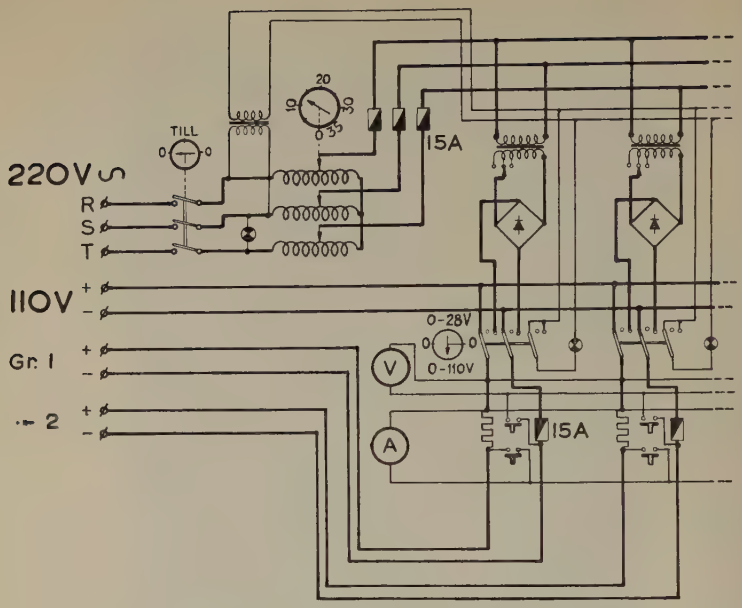


Bild 3. Principschema över kopplingstavlan bild 2 a.

här obehövliga (större ohmskt motstånd som i likströmstavlornas ventiler förekommer ju ej), varför uttagen äro kopplade parallellt till transformatorns sekundärsida.

Under växelströmstavlan finnes ett fält för serieslingan. Med en omkopplare på detta matas likström eller växelström in i slingan, varvid olika signallampor lysa. I förra fallet kan spänningen varieras mellan 0 och 110 V, i senare fallet mellan 0 och 220.

Likströmsuttagen i verkstaden och i rummet för enskilt arbete äro kopplade parallellt till olika likströmsuttag i laboratoriet.

Lärosalen för kemi har en selenlikriktare med vridtransformator. Kemilaboratorierna ha likströmstavlor av samma typ som fysiklaboratoriets första beskrivna, således med av varandra oberoende grupper. I realskolans laboratorium kan uttagas maximalt 10 V, i gymnasiets 60 V.

Samtliga rattar till de variabla transformatorerna äro försedda med skalor, angivande ungefärliga värden på de uttagna spänningarna.

Kopplingstavlorna ha levererats av Elektriska Aktiebolaget Skandia, Stockholm.

Scintillationsräknare I.

Av fil. kand. BO ALER och
fil. lic. RICHARD WESTÖÖ, Stockholm.

En del ämnen, t. ex. zinksulfid-kristaller, luminescera, då α-partiklar gå fram genom dem. Varje partikel ger en ljusblixt, s. k. *scintillation*, som kan observeras, bäst i ett svagt förstorande mikroskop.

I början av seklet var detta en av de flitigast nyttjade metoderna för räkning av elementarpartiklar (Crookes 1903). Rutherfords lag för spridning av α-partiklar i ett tunt metallblad verifierades i detalj medelst scintillationsräkning (Geiger och Marsden 1913). Reaktionen mellan α-partiklar och atomkärnor i kvävegas upptäcktes genom att de bildade protonerna gåvo scintillationer efter passage genom ett silverbleck, tillräckligt tjockt att fullständigt bromsa upp α-partiklarna (Rutherford 1919). En hel rad kärnreaktioner studerades under de följande åren på detta sätt.

Ljusintrycken äro så svaga, att metoden blir starkt subjektiv och tungarbetad, varom Pettersson och Kirsch (1)[1] vittna. Observatörerna samlas i skymningen i ett mörkt rum. Då deras ögon anpassats till seende i mörker, kallas de fram till observationsmikroskopet en och en, 20—30 sek åt gången. Efter det att en grupp på 3—5 observatörer arbetat en timme, äro de för uttröttade för att på flera dagar kunna räkna scintillationer. Trots omsorgsfullt personval tycks det stundom ha inträffat, att den räknande noterat protoner, då försöksledaren honom ovetande avlägsnat det strålande preparatet.

Sådana överraskningar skulle man besparas, om observatören ersattes med en fotocell, där ljusblixtarna från zinksulfiden förvandlas till strömstötar. De vid denna tid tillgängliga fotocellerna voro emellertid alldeles för okänsliga för att kunna konkurrera med ögat. I multiplikatorrör, där fotoströmmen undergår en kraftig förstärkning i själva cellen, blir emellertid strömstöten så kraftig, att den registreras över bruset i den till cellen anslutna rörförstärkaren. Omkring 1940 konstruerades lätthanterliga *multiplikator-fotoceller*, framförallt av RCA, Radio Corporation of

[1] Se litteraturhänvisningar sid. 271.

America (2, 3). Registrering av enskilda scintillationer medelst multiplikator utfördes av Broser och Kallmann (4) 1946 vid Kaiser Wilhelm Institut, Berlin. Man lyckades t. o. m. påvisa scintillationer från β-partiklar, vilket överstiger ögats förmåga.

Verkningssättet hos denna *scintillationsräknare* är tydligen likartat med Čerenkov-detektorns, som tidigare beskrivits i Elementa (5), men användningsområdet är större. Scintillationsräknaren kan nämligen ersätta och komplettera Geiger-Müllerröret överallt, där detta användes inom kärnfysik och kärnkemi.

Multiplikatorn.

Den allmännast använda multiplikatorn, RCA:s typ 931 A, är ett vakuumrör med ett vanligt radiorörs storlek. Det innehåller, förutom *fotokatod*, 9 elektroder, som kallas *dynoder*, samt en *kollektor* (eller *anod*). Katod och dynoder äro nickelplattor, på vilka ett tunt skikt av cesiumantimonid, $SbCs_3$, bildats genom förångning. Genom en yttre spänningskälla hålles varje elektrod på t. ex. 100 V högre potential än närmast föregående (se fig. 5).

Cesiumantimonid är praktiskt taget okänsligt för ljus med större våglängd än 6500 Å. Känslighetsmaximum ligger vid 4200 Å. Av kvanta med denna våglängd, som träffa katoden, slår ungefär vart 25:e ut en fotoelektron. Detta *katodutbyte* varierar betydligt över katodytan och från cell till cell. Det angivna värdet kan därför läggas till grund endast för överslagsräkningar.

Det elektriska fältet mellan dynoder och katod är utformat så, att de flesta fotoelektronerna träffa dynod 1 (se fig. 2). Vid anslaget är elektronenergien tydligen 100 eV, och varje elektron kommer att från denna dynod lösgöra ett antal, i medeltal R, sekundärelektroner. Dessa föras vidare till dynod 2, där var och en av dem genomsnittligt ger upphov till R nya elektroner. Elektronernas väg genom multiplikatorn kan följas i fig. 4 i den tidigare citerade Elementa-artikeln (5). En enda fotoelektron ger alltså i genomsnitt R^9 elektroner från dynod 9. De uppsamlas på kollektorn. R^9 är den inre strömförstärkningen hos röret och uppges i RCA:s kataloger till ca 10^6 vid 100 V per steg, vilket betyder att $R = 4{,}7$.

Man kan sänka förstärkningen genom att minska spänningarna; vid 70 V per steg är den blott 10^5, dvs. $R = 3{,}5$. I goda rör kan man också stegra förstärkningen genom att överskrida 100 V per steg, men i andra resulterar detta i störande urladdningar, som underhållas av jonisation i restgaserna i röret. Dessa kondenseras delvis vid kylning med flytande kväve, varför sådan bör tillgripas, då man arbetar med spänningar över 150 V per steg.

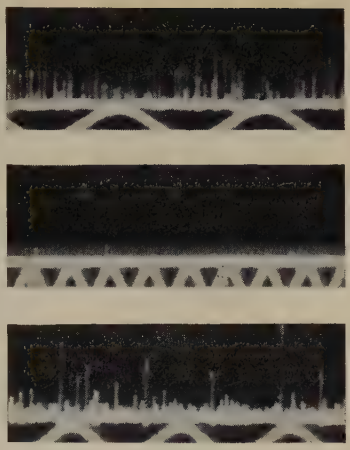


Fig. 1. Oscillogram av impulser från multiplikator.

a: Ljusimpulser vid −80° C. (Kylning med kolsyreis och alkohol.)

b: Mörkimpulser vid −80° C.

c: Mörkimpulser vid +20° C. Sinuskurvan är 50-periodig.

Om man till multiplikatorns kollektor ansluter en katodstråloscillograf med förstärkare, kommer belysning av katoden att indikeras på oscillografskärmen av tätt efter varandra följande utslag från nollinjen, fig. 1 a. Varje utslag svarar mot en lavin på R^9 elektroner, alstrad av en enda fotoelektron, som i sin tur kastats ut av ljuskvantum. Det antal sekundärelektroner, som varje infallande elektron lösgör ur en dynod, är statistiskt fördelat kring medelvärdet R (förmodligen enligt Poissons formel), och därför bli impulserna i fig. 1 a av mycket varierande storlek (6). Vi ha här tydligen en *fotonräknare* men få ej glömma, att dess effektivitet är endast ca 4 %, eftersom katodutbytet har detta värde.

Då ljuset avskärmas från fotocellen, sjunker antalet impulser men blir ej noll. De kvarstående *mörkimpulserna* anses bero på *termisk emission* av enstaka elektroner från katod och dynoder.[1] En jämförelse mellan fig. 1 b och c visar det starka temperaturberoendet. Antalet mörkimpulser minskas i en normal multiplikator från ca 10^4 till mindre än 1 per sekund vid nerkylning från 20° till −185° C. Vid fotonräkning bör tydligen multiplikatorn kylas.[2]

[1] De mörkimpulser, som initieras från dynoderna, bortse vi i det följande från. De förstärkas ej i multiplikatorns samtliga steg utan äro av åtminstone R gånger mindre storleksordning än de, som utgå från katoden.

[2] Det låga utträdesarbetet i de vanliga cesium-silveroxid-skikten yttrar sig inte blott i att känsligheten är störst i rött utan också i emission av ett enormt antal elektroner från katoden i mörker, vilket — tillika med det ringa katodutbytet — är en stor nackdel relativt $SbCs_3$-skikt.

Scintillationerna.

Sedan gammalt nyttjas som lysämne, *scintillator*, i första hand ZnS med en atom Cu på ca 10 000 atomer Zn. Scintillationerna bli kraftigast om skiktet av små kristallkorn göres så tjockt, att α-partiklarnas totala energi upptages (ca 20 μ vid 5 MeV energi) men icke tjockare, emedan ZnS absorberar sin egen luminescensstrålning. För de bästa skikt, man lyckats göra, torde *ljusutbytet* — kvoten mellan energien hos utsänt ljus och inkommande α-partikelenergi — vara av storleksordningen 25 % (4).

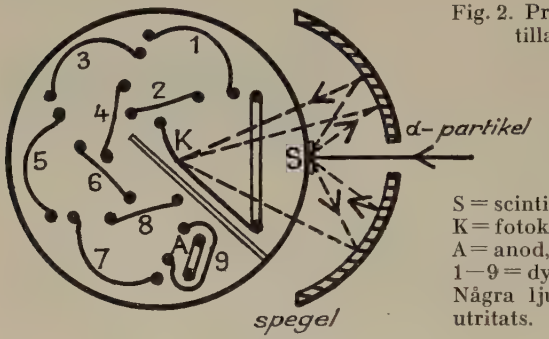


Fig. 2. Principskiss av scintillationsräknare.

S = scintillator.
K = fotokatod.
A = anod, kollektor.
1—9 = dynoder.
Några ljusstrålars gång har utritats.

En enkel anordning, där skikttjockleken ej spelar någon roll, är följande. En liten bit av en vanlig röntgenskärm fästes på fotocellens glasvägg, mitt för katoden. En konkavspegel anbringas som fig. 2 (7) visar, för att av det ljus som skärmen utsänder, så stor bråkdel som möjligt skall träffa multiplikatorns katod. Man kommer på så sätt upp till ca $^1/_{10}$.[1]

ZnS(Cu) lyser i grönt vid α-bestrålning. Fotonernas energi $h\nu \approx 4 \cdot 10^{-12}$ erg $\approx 2{,}5$ eV. *Hur många fotoelektroner äro då att vänta vid en scintillation?* α-partiklarna ha kanske energien 3,5 MeV, när de träffa kristallerna, och utbytet är 25 %, så att 350 000 kvanta utsändas och ca 35 000 nå katoden. Utbytet vid denna torde vara ca 3 % för grönt ljus. Resultatet är alltså *1000 elektroner* från katoden. De från kollektorn uttagna *scintillationsimpulserna* komma att med denna faktor överträffa mörkimpulserna, varför dessa äro fullständigt försumbara och ej behöva elimineras genom kylning. Så är emellertid ej alltid fallet

[1] För att öka denna andel har man ibland gjort fotokatoden i form av en tunn, halvgenomskinlig hinna på glashöljets insida. Detta är fallet i en del laboratoriebyggda multiplikatorer och i rör, som under senaste tiden konstruerats av RCA och EMI.

vid de svaga ljusblixtarna från β-partiklar eller från α-partiklar med låg energi.

Den elektronlavin, som startas av en *katodelektron* (foto- eller termisk) i multiplikatorn, åstadkommer en snabb sänkning av kollektorns potential, en *elementarimpuls*. Sådana stegspänningar kunna urskiljas i oscillogrammen fig. 3 a och b. Sinuskurvan fig. 3 e har frekvensen $1{,}3 \cdot 10^8$ sek^{-1}, så att sänkningstiden är av storleksordningen 10^{-9} sek i varje steg. I fig. 3 c och d kan man se, hur en svag scintillation bygges upp av ett tiotal elementar-

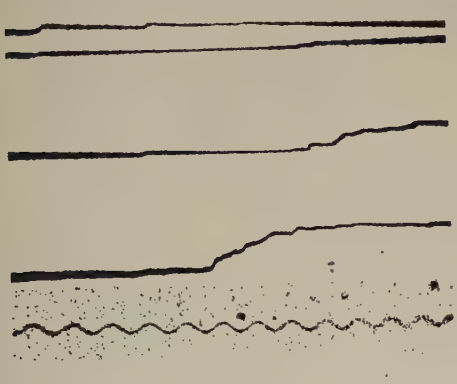


Fig. 3. Mikrooscillogram av scintillationer i antracen.

a och *b*: Elementarimpulser.
c och *d*: Scintillationer.
e: $1{,}3 \cdot 10^8$ sek^{-1} sinusvåg.

impulser, fördelade över en viss tid. För de flesta ämnen kan detta tidsberoende hos den genomsnittliga ljusintensiteten i en scintillation skrivas

$$I = I_0 \cdot e^{-t/\tau},$$

där t är tiden efter partikelns passage och τ *lyskonstanten*. Hos föreliggande scintillator, antracen, är denna mycket kort, $\tau \approx 2 \cdot 10^{-8}$ sek; hos ZnS däremot $\approx 20 \cdot 10^{-6}$ sek för β- och något mindre än $5 \cdot 10^{-6}$ sek för α-partiklar.

Fig. 3 är hämtad ur en artikel av Collins (8). Han valde ut en multiplikator, som tålde 150 V per steg. Vid denna spänning blir de utgående elementarimpulserna av storleksordningen 10 V, tillräckligt för att de skola kunna iakttagas i en oscillograf utan rörförstärkare.

Registreringen skedde i en s. k. mikrooscillograf, där katodstrålen har en accelerationsspänning på 50 kV och alltså passerar avlänkningsplattorna på så kort tid, att man kan studera de snabba förlopp det här gäller. Strålen, som har en diameter på några tusendels millimeter, får träffa ett fotografiskt skikt. Figuren visar

en förstoring av det erhållna spåret. Fig. 4 visar en upptagning för ZnS, som gjorts av MARSHALL, COLTMAN och BENNET (7).

Vid normal multiplikatoroperation innehålla lavinerna i en svag scintillation med t. ex. 10 fotoelektroner blott ca $10 \cdot 10^6$ elektroner. Deras laddning ger kollektorn en spänning på 0,1 V enligt formeln $u = q/c$, om kollektorns kapacitet till jord är 10 pF. Det är ingen svårighet att bygga en förstärkare, som lyfter upp dessa impulser till sådan nivå, ca 100 V, att de kunna observeras och mätas i ett vanligt katodstrålerör eller räknas i mekaniska registreranordningar. Förstärkaren förvränger emellertid impulsformen. Detta undvek COLLINS i de fotograferingar vi nyss beskrivit.

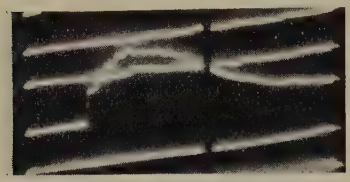


Fig. 4. Oscillogram av β-scintillation i ZnS.

Förstärkarproblem.

Vi skola beräkna, hur förstärkarens första steg, fig. 5, förändrar impulsen från en katodelektron, alltså en elementarimpuls, för att sedan se, hur en scintillationsimpuls formas. Beteckningar enligt figuren; C_1 och C_2 äro som regel blott strökapaciteter till jord.

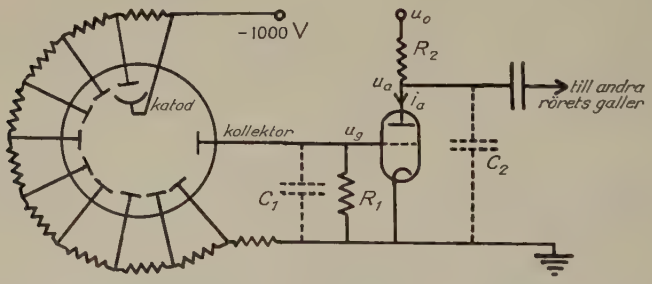


Fig. 5. Principschema för koppling av multiplikatorn och första förstärkarsteget.

Elektronlavinen med laddningen q (negativ) går så snabbt och samlat från dynod 9 till kollektorn, att gallerspänningen u_g praktiskt taget med ett språng ändras från 0 till q/C_1. Därefter gäller ekvationen

$$C_1 \frac{du_g}{dt} + \frac{u_g}{R_1} = 0$$

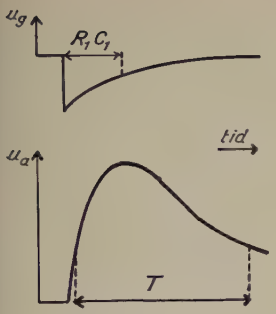


Fig. 6. Spänningsförlopp vid elementarimpuls; före och efter första förstärkarröret.

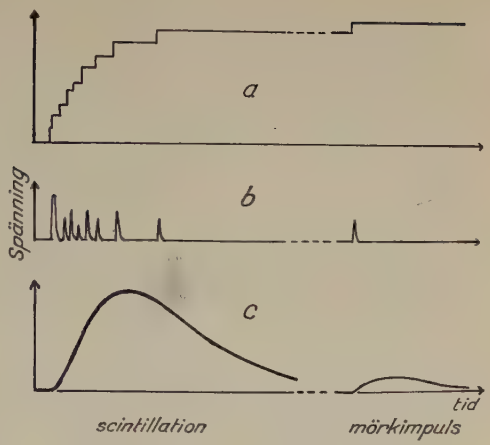


Fig. 7. Spänningsförlopp vid typisk scintillation.
a: hos en frikopplad kollektor.
b: i utgången hos en mycket snabb förstärkare.
c: i utgången hos en förstärkare med lämplig impulsbredd *T*.

med lösningen

$$u_g = \frac{q}{C_1} e^{-t/R_1C_1},$$

se fig. 6.

Om rörets branthet är g och inre motståndet är väsentligt större än R_2, kan anodströmmen skrivas:

$$i_a = i_0 + g u_g,$$

där i_0 är en konstant. Om vi med u_a beteckna anodspänningen och med u_0 den konstanta källspänningen, är normalt

$$u_a = u_0 - R_2 i_0,$$

men under impulsförloppet gäller:

$$-C_2 \frac{du_a}{dt} + \frac{u_0 - u_a}{R_2} = i_a$$

med lösningen

$$u_a = \underbrace{u_0 - R_2 i_0}_{\text{konstant}} + \underbrace{\frac{gqR_1R_2}{R_2C_2 - R_1C_1}\left(e^{-t/R_1C_1} - e^{-t/R_2C_2}\right)}_{\text{impuls}}, \qquad (1)$$

se fig. 6.

Impulserna i fig. 1 ha denna form men synas på grund av den långsamma filmmatningen hopträngda till skarpa utslag. *Elementar-*

impulsens bredd T, den tid, under vilken spänningen överstiger $1/e$ av sitt maximivärde, är av samma storleksordning som $R_1C_1 + R_2C_2$. De följande förstärkarstegen inverka vid lämplig utformning relativt obetydligt på T.[1]

Som vi förut sett (fig. 3), växer spänningen på en frikopplad kollektor under loppet av en scintillation exempelvis enligt fig. 7 a. Om T hos förstärkaren är tillräckligt litet, upplöses scintillationen i elementarimpulser, fig. 7 b. Det inträffar alltså lätt, att varje scintillation räknas som flera. En annan nackdel är, att höjden hos scintillationsimpulserna blir densamma som hos mörkimpulserna, så att de senares avskiljande från räkningen försvåras.

För att undvika dessa olägenheter bör man öka förstärkarens T, så att de elementarimpulser, som bygga upp scintillationen, överlagras. Se fig. 7 c. (Observera, att spänningsskalan i fig. 7 c är mer hoptryckt än i b.)

Ökning av T medför emellertid, att upplösningsförmågan avtar: vid stora strålningsintensiteter överlagras scintillationsimpulserna, så att en del av dem undandragas räkningen. Allteftersom T växer, ökar dessutom förhållandet mellan scintillations- och mörkimpulser allt långsammare. Man riskerar t. o. m. att det avtar, på grund av att mörkimpulserna överlagras. Det lönar sig ej att låta T överskrida ett visst optimalt värde. Marshall, Coltman och Bennet (7) ha visat, att förstärkaren bör byggas så, att $R_1C_1 = R_2C_2 = \tau$ vid en scintillator med given lyskonstant τ.

Bl. a. risken för överlagringar gör det fördelaktigt att välja en scintillator med litet τ. Detta medför alltså, att $R_1C_1 = R_2C_2$ också skola väljas små, utan att man behöver frukta upplösning av scintillationen i elementarimpulser. Tvärtom kan det stöta på svårigheter att göra de elektriska konstanterna tillräckligt små. Strökapaciteterna C_1 och C_2 lyckas man nämligen ej sänka under 10 pF, och R_2 måste hållas över ett visst värde, som vi skola se.

Man kan visa, att om man önskar en viss förstärkning, ger $R_1C_1 = R_2C_2$ minsta bredd T hos elementarimpulserna. Maximivärdet i en sådan impuls blir $u_{a,\max} = -\frac{1}{e} \cdot gR_2 \cdot \frac{q}{C_1}$ (härledes lätt ur ekv. 1). Här är q/C_1 spänningsstegringen hos kollektorn utan förstärkare men med oförändrad kapacitet till jord och $1/e \cdot gR_2$ förstärkningen. R_2 måste alltså vara några gånger större än $2{,}7/g$, om förstärkningen skall antaga ett nyttigt värde. Brant-

[1] En kortfattad och mycket överskådlig framställning av en förstärkares impulsformande verkan ger Elmore (9) i ett flertal artiklar i Nucleonics.

heten g överskrider vid rör med små strökapaciteter sällan $5 \cdot 10^{-3}$ A/V,[1] så att R_2 måste vara minst ett par tusen ohm.

Med de valda siffrorna blir $R_1C_1 = R_2C_2 > 2 \cdot 10^{-8}$ sek. Det finns scintillatorer med τ något mindre än 10^{-8} sek. Deras höga upplösningsförmåga kan alltså ej utnyttjas på grund av förstärkarens tröghet. Vid scintillatorer med större lyskonstant är det däremot ej någon svårighet att bygga ideala förstärkare.

Partikelräkning.

Enklaste sättet att räkna scintillationerna är att koppla den på multiplikatorn följande förstärkaren till en scale med mekaniskt räkneverk som vid registreringen av signalerna från ett Geiger-Müller-rör. Med räknare av den typ, som visas i fig. 2, har man registrerat *scintillationer förutom från α-partiklar även från protoner och fissionsfragment.* Scintillationsräknaren blir stabilare och hållbarare än ett G.-M.-rör, som måste utrustas med ett tunt fönster för att släppa in tunga joniserande partiklar. Lyskonstanten för ZnS(Cu) vid α-excitering är mindre än 5 μs. Detta möjliggör stor räknehastighet i jämförelse med ett G.-M.-rör, som ju har en dödtid på omkring 200 μs. Vid räkning av α-partiklar kan dessutom bakgrunden från β- och γ-strålningen göras försumbar. Man väljer en scintillator, som ger svaga ljusblixtar under sådan bestrålning (ex. ZnS) och räknar endast de kraftiga ljusblixtarna. Scintillationsräknaren kan tydligen med fördel ersätta G.-M.-röret och har alltså vidsträckta arbetsområden vid studiet av radioaktiva sönderfall, kärnreaktioner och partikelstrålars spridning.

Snabba neutroner kan man räkna genom att låta dem träffa exempelvis ett paraffinskikt och registrera de utslagna protonerna i en scintillationsräknare. Genom att låta neutroner slå ut protoner ur själva scintillatorn, en 1 cm tjock antracenkristall, har man lyckats uppnå, att 10 % av de infallande neutronerna räknas (10).

Långsamma neutroner kunna påvisas genom reaktionen

$$_0n^1 + {}_5B^{10} \rightarrow {}_3Li^7 + {}_2He^4$$

i en med bor impregnerad luminescensskärm. Man har också föreslagit användning av reaktionen

$$_0n^1 + {}_3Li^6 \rightarrow {}_2He^4 + {}_1H^3$$

[1] Man har föreslagit att som förstärkarrör nyttja Philips EFP 60, som har vanlig glödkatod men förstärker anodströmmen genom sekundäremission vid en hjälpelektrod och därför visar stor branthet. Benämningen *elektronmultiplikator* kan användas både på ett dylikt rör och på multiplikator-fotocellerna.

i en litiumhalogenidkristall, som samtidigt tjänstgör som scintillator för de bildade partiklarna.

Energibestämning.

För α-partiklar har man i oorganiska scintillatorer konstaterat *proportionalitet mellan impulshöjd och partikelenergi.* Vi funno, att 3,5 MeV α-partiklar skulle ge ca 1000 fotoelektroner. Kollektorimpulserna äro emellertid långt ifrån likstora. Fig. 8 (11) visar impulsfördelningen från 3,4 MeV α-partiklar och en vanlig luminescensskärm. Spridningen kring medelvärdet är större än som kunde väntas av de statistiska fluktuationerna i talet 1000 och i elemen-

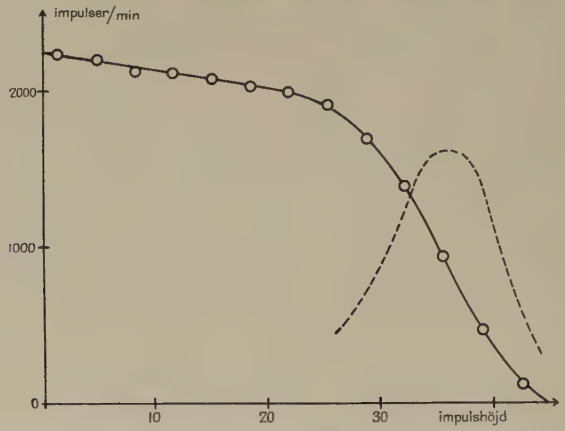


Fig. 8. Impulsfördelning för 3,4 MeV α-partiklar på Philips Metalix-skärm. —— antal impulser större än abskissvärdet. - - - - deriverad kurva.

tarimpulsernas storlek. Detta följer utan vidare av scintillationsskärmens korniga struktur. Vid framställning av kristallskiktet uppstå partier med annan tjocklek än den optimala. I de tunna partierna avger α-partikeln blott en del av sin energi till kristallerna, i de tjockare absorberas en del av scintillationsljuset. I båda fallen blir ljusblixten försvagad. Kristallytorna kunna vidare vara så orienterade, att en del ljus sprides i en sådan riktning, att det ej når fotokatoden.

Det har därför visat sig fördelaktigt att som scintillator använda en enda kristallskiva. Broser och Kallman (12) använde en enkristall av kadmiumsulfid och lyckades erhålla nästan likstora scintillationer. Kadmiumsulfiden, som i motsats till zinksulfiden lätt kan fås i stora kristaller, emitterar ljus med intensitets-

maximum vid 7600 Å. Broser och Kallmann använde därför en rödkänslig multiplikator. Cesiumantimonidcellerna äro tyvärr okänsliga i detta spektralområde. Naturliga enkristaller av scheelit $CaWO_4$, konstgjorda talliumhaltiga kristaller av alkalihalogenider och en del organiska ämnen ha lämpligare spektrum och ha visat sig användbara, trots lägre ljusutbyte än sulfiderna.

Scintillationsräknaren kan alltså nyttjas i stället för jonisationskammare och proportionalräknare t. ex. för att ge en uppfattning om energifördelningen hos protoner i ett spridningsförsök eller för att särskilja impulser från fissionsprodukter, α-partiklar och protoner, som utsändas samtidigt i ett försöksområde. Den har ännu ej uppnått samma noggrannhet som de äldre instrumenten, men är å andra sidan mer lättmanövrerad. I en jonisationskammare frigör en 3,5 MeV α-partikel ungefär 10^5 elektroner. En proportionalräknare opererar icke tillfredsställande med mer än ungefär 10^7 elektroner per partikel. Scintillationsräknaren ger enligt ovan en impuls på $1000 \cdot 10^6$ elektroner. Man inser lätt att den nödvändiga efterförstärkningen blir minst för den sistnämnda.

Scintillationsräknare kunna användas också för *registrering av β-partiklar och γ-kvanta*. I senare artiklar kommer den speciella utformningen av dessa räknare att beskrivas och deras vidsträckta arbetsfält att antydas. Det är framförallt i undersökningen av γ-emission som scintillationsräknaren redan börjat ge vackra resultat.

Litteratur.

1. H. Pettersson och G. Kirsch, Atomzertrümmerung, Leipzig 1926.
2. V. K. Zworykin och J. A. Rajchman, Proc. IRE *27*, 558 (1939).
3. J. A. Rajchman och R. L. Snyder, Electronics *13*, 20 (Dec. 1940).
4. I. Broser och H. Kallmann, Z. f. Naturf. *2 a*, 439, 642 (1947); *3 a*, 6 (1948); *4 a*, 204 (1949).
5. A. Bergstedt, Elementa *31*, 233 (1948).
6. R. Westöö och T. Wiedling, Arkiv f. fysik *1*, 269 (1949).
7. F.-H. Marshall, J. W. Coltman och A. J. Bennet, Rev. Sci. Inst. *19*, 744 (1948).
8. G. Collins, Phys. Rev. *74*, 1543 (1948).
9. W. C. Elmore, Nucleonics *2*, hft 2—5 (1948).
10. P. R. Bell, Phys. Rev. *73*, 1405 (1948).
11. B. Aler och T. Wiedling, Arkiv f. fysik *1*, 335 (1949).
12. I. Broser och H. Kallmann, Ann. Physik *3*, 317 (1948).

Halvmikrometodik i skolans kemiundervisning.

Av lektor G. STARCK, Stockholm.

Den kvalitativa oorganiska analysen utföres vid universitetens och högskolornas övningslaboratorier sedan några år i halvmikroskala, dvs. med substansmängder av storleksordningen 1 mg och med lösningsvolymer mellan 1 droppe (0,03—0,04 ml) och 1 ml. Vinsterna med denna metodik äro många; man sparar kemikalier, gas, vatten och framför allt tid; man övar ett sobert arbete, och man lär sig, att de analytiska förändringarna kunna iakttagas med samma skärpa och äro lika entydiga som i makroskala.

Det är mycket frestande att försöka börja med kemiskt halvmikroarbete redan i skolan på grund av de många fördelar, som denna metodik erbjuder, men alldeles särskilt på grund av dess uppfostrande moment. På intet stadium syndas det väl så mycket mot reglerna för ett snyggt kemiskt arbete som i skolan och kanske mest i gymnasiet, där övningarna äro mindre strängt bundna vid ett förelagt schema. Men arbetet i halvmikroskala ger mycket få tillfällen till ett vårdslöst arbete; jag behöver endast anföra, att förväxling av reagensflaskornas proppar, alla institutionsföreståndares plågoris och förtvivlan, är utesluten vid detta slags arbete.

Men inte blott vid skolans ganska blygsamma analyskurs borde halvmikrometodik avlösa det äldre arbetssättet; den borde användas genomgående vid alla kemiska laborationsövningar, både i realskola och gymnasium, i den mån den är tillämplig. Och här tillkommer en synpunkt av stort värde. De laborationsövningar i realskola och gymnasium, som kunna tänkas utförda i halvmikroskala, provrörsförsök, titreringar, synteser i lösning, grundämnenas och deras föreningars egenskaper (men däremot ej försök, vari vägningar ingå), äro i viss mån alla analytiska. Men en analytikers tillfredsställelse blir större i samma mån mängden av de ämnen han säkert kan påvisa är liten. Den elev, som påvisar socker i en bit äpple av ett knappnålshuvuds storlek, erfar en känsla av triumf, som är den gammalmodigt arbetande förmenad. Man har mycket långt kvar till atomära och molekylära viktsmängder, men man är ett litet stycke på väg.

Vid Whitlockska samskolan i Stockholm har i fjärde realringen höstterminerna 1948 och 1949 den traditionella kvalitativa analy-

sen av enkla oorganiska salter och i några fall av sammansatta prov utförts i halvmikroskala. Resultatet har varit mycket tillfredsställande, och det kan vara lämpligt framhålla, hur särskilt väl lämpad halvmikrometodiken är i små eller rent av trånga lokaler; största delen av arbetet kan eleven utföra utan att flytta sig från sin sittplats. Men även laborationsövningarna i RIII ha utförts i halvmikroskala, också med framgång och under elevernas intresserade medverkan. Och allt talar för, att metodiken bör kunna användas inom hela skolan, såväl realskolan som gymnasiet, ty det är i själva verket få försök, som inte med lika gott eller bättre resultat kunna utföras i mycket liten skala.

Utrustning.

En fullständig halvmikroapparatur för kvalitativ analys upptar ett 50-tal olika artiklar för varje laborant och blir ganska dyrbar i anskaffning, även om den ganska snart betalar sig genom besparing i tid, kemikalier, gas och vatten och inte minst genom förbättrad utbildning. För skolans behov kan denna apparatur högst väsentligt förenklas, och jag skall här nedan ange den uppsättning, som i 6 exemplar anskaffats och tillverkats för den nyssnämnda skola, och som varit i bruk fr. o. m. läsåret 1948—49.

1. Reagensflaskor, 30 à 35 st., 25 ml medicinflaskor, varav 3 eller 4 bruna. Standardmodellen utgöres av bruna, fyrkantiga 25 ml flaskor med skruvlock och däri insatt droppprör. Flaskor av denna typ, som stå tätt intill varandra i en grund ränna, låsa varandra, så att man kan lossa skruvlocket med den ena handen utan att behöva hålla i flaskan med den andra; denna kan i stället fatta provröret, urglaset osv. Av sparsamhetsskäl valdes de nämnda cylindriska flaskorna, men droppröret får nu inte sitta fast i flaskan om man skall kunna taga upp ett prov av reagenslösningen med ena handen. Nästa nummer i förteckningen blir således:

2. I varje flaska ett droppprör (hemmagjort), som skall röra sig upp och ned i flaskan utan motstånd men samtidigt med minsta möjliga glapprum. De till standarduppsättningen hörande napparna av stadig kautschuk och med bred fläns kunde på den tiden inte anskaffas och äro för övrigt ganska dyra. Vanliga billiga nappar (à 15 öre) äro tunnväggiga, och man kan inte lyfta upp pipetten med vätskan i utan att ofrivilligt pressa ihop nappen, så att vätskan droppar i förtid. Jag har därför tillverkat nappar av kautschuckslang (nr 10 B hos Grave), som klippts i 40 mm långa bitar. Förslutningen upptill har åstadkommits av den avklippta toppen av en vanlig napp, trädd över slangen och fastkittad med cykelreparationslösning (se fig. 1 a).

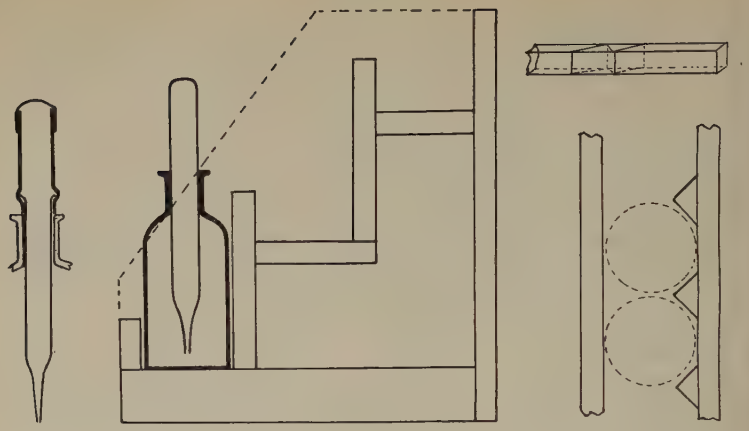


Fig. 1. Skala ca 1/3. a. dropprör, 10 cm. b. tvärsnitt av flaskställ; bottenplatta 15 · 45 cm², största höjd 16 cm. c. hylla med prismatiska klossar.

Litet längre fram skall möjligheten att förvara reagenslösningar på detta sätt diskuteras.

3. Ett flaskställ, hemmagjort enligt fig. 1 b, i form av en gradin med 3 hyllor, varje hylla för 13 flaskor. Det är tillverkat av 1/2″ och 1/4″ furu och ytbehandlat med cellulosalack. I detta ställ begränsas flaskornas rörlighet framtill av en list, baktill av en vägg, därjämte av små, prismatiska klossar, utsågade ur en ribba, 1/2″ · 1/2″ (fig. 1 c), så att varje flaska står i sitt bås, utan spänning men tillräckligt stadigt.

4. Vid många laborationsförsök behövas speciella lösningar, som ej få plats i flaskstället och som det vore onödigt att ständigt ha tillgängliga. Som ett konkret exempel kunna vi taga en laborationsövning med guldets kemi som föremål. Här behövas exempelvis följande extra lösningar, som ej ingå i den fasta (analytiska) uppsättningen: guldklorid, ferrosulfat, etanol, fosfor löst i eter, väteperoxid. För att minska lärarens arbete, särskilt med etikettskrivning, är det lämpligt att göra i ordning en permanent uppsättning tomma 25 ml flaskor med dropprör och försedda med en fast numrering 1, 2, 3, 4, 5 . . ; 4—5 sådana uppsatser av flaskor böra räcka för en vanlig laborationsavdelning, om två laborationsgrupper kunna samsas om en uppsättning. De fyllas med de lösningar, som behövas för laborationsövningen. Lärarens arbete blir

då endast att fylla och att efter timmen tömma och skölja dessa flaskor och att skriva upp deras innehåll på tavlan.

5. 3 à 4 burkar (10—15 g) med skruvlock, för fasta reagens. Placeras i flaskstället.

6. 10—12 provrör, 12 · 100 mm, av vanligt glas. Standarduppsättningen har provrör 10 · 75 mm av pyrex. De av oss använda ha en för skolbruk bättre lämpad vidd; förlusterna genom bräckage äro så obetydliga, att pyrex ur den synpunkten är överflödigt, även om det är att föredraga ur analytisk synpunkt.

7. Provrörsställ för 12 provrör. Ett dylikt kan ju var och en göra efter egen smak. Förf. har gjort ett ställ av två skivor av ½″ trä (6 · 20 cm²), i vilka borrats två rader hål, 6 i varje rad. Den ena skivan är monterad på en horisontell bottenplatta, och den andra är medelst mellanlägg vid ändarna fästad ovanför den förra, på ca 2 cm avstånd. I den övre skivan äro hålen något vidare än i den undre. Det hela är ytbehandlat med cellulosalack.

8. Trattar, 4 cm, och filtra därtill. Centrifug betraktas som överflödig vid analys av enkla prov, trattar behövas för syntetiska arbeten.

9. Brännare. I standarduppsättningen ingå i och för uppvärmning en bunsenbrännare, en brännare av halvmikromodell, en bägare, som tjänstgör som vattenbad med tillhörande ställ av aluminium att sätta ned provrör i. Allt detta ersättes här, då det gäller uppvärmning av provrör, av den 1 cm höga lågan ur injektorn i en bunsenbrännare, vars rör tillfälligt avskruvats. Det skall medges, att detta sätt att uppvärma särskilt smala provrör inebär en viss risk för överhettning med dess givna följd; eleverna böra förmanas att hålla provröret på betryggande höjd över lågans spets och att avbryta uppvärmningen, innan innehållet kommer i kokning.

Lugnare är givetvis att använda en liten bägare av hög modell som vattenbad; något ställ för de provrör som nedsättas häri, torde ej behövas.

10. För avdunstning av lösningar på urglas eller i skål användes en vanlig trefot med trådnät och här ovanpå en annan trefot, gjord av en triangel med metalltrådarna bockade till ben av några cm höjd. Värmekälla : bunsenlåga.

11. En vit färgkopp, 5 mm hög, 20 mm i diameter, ersätter den s. k. provplattan. I färgaffärer finner man lätt vita och svarta färgkoppar av de storlekar, man anser lämpliga.

12. En sked, tillverkad av ett (smalt) bläckpennskaft med bakfram insatt, rostfri stålpenna. Man får på detta sätt en liten sked med långt skaft (små köpskedar äro alltid för korta) med den

ringa kapacitet, som här är önskvärd och framför allt smalare än de kärl, som skola beskickas med skedens innehåll.

13. Urglas, 5—6 cm.

14. En bägare, 400 ml, att användas som slaskhink; den besparar laboranten besväret att gå till vattenledningen varje gång ett provrör skall tömmas och sköljas.

15. Utom de här uppräknade redskapen behövas för speciella, analytiska ändamål ytterligare några, som dock lämpligen beskrivas i annat sammanhang.

Lösningar.

Reagensflaskorna fyllas med vanliga analytiska lösningar; valet därav kan lämnas åt vederbörande lärare. En flaska bör innehålla destillerat vatten; konc. saltsyra bör ej förekomma annat än tillfälligtvis, ej heller konc. salpetersyra. Däremot möter det intet hinder, att stället innehåller en flaska med konc. svavelsyra. De koncentrationer som anges i A. och H. Scholanders kompendium (se Elementa *31*, 247: 1948) äro mycket höga, och jag tror, att man gott kan nöja sig med svagare lösningar, t. ex. 4C HCl,2C NH_4Cl osv.

Lösningarnas hållbarhet.

Reagenslösningarna förvaras sålunda i strängt taget öppna kärl och äro därför utsatta för mer eller mindre hastiga förändringar = försämringar. De kunna genom avdunstning förlora vatten eller andra ämnen till luften eller tvärtom upptaga vatten ur luften. Starkt basiska lösningar upptaga kolsyra eller andra syror, syrorna ammoniak. Dessa förändringar böra så vitt möjligt förhindras genom att man minskar den fria förbindelsen med luften utan att minska pipetternas lättrörlighet. Pipetten skall som nämnt gå ned i flaskhalsen med helt litet spelrum, nappen = kautschukslangen skall vara rakt avskuren och ligga an mot flaskhalsens fläns så tätt som möjligt.

En undersökning av några typiska lösningars förändringar vid förvaring under dessa förhållanden är givetvis påkallad och har av mig utförts. Till denna undersökning utvaldes:

a) en lösning, som ej påverkas av någon beståndsdel i luften utan förändras endast genom avdunstning, 1C $BaCl_2$,
b) en vätska, som absorberar vatten ur fuktig luft, konc. H_2SO_4,
c) en flyktig organisk vätska, CS_2. Förberedande försök hade visat, att CS_2, förvarad på detta sätt, avdunstar mycket snabbt. Vätskan täcktes därför med ett vattenskikt, vilket ju ej hindrar eller inverkar på dess användning i analysen,

d) lösningar av flyktiga ämnen, 4C NH_3, 4C HCl,
e) lösningar, som påverkas av luftsyre, CO_2 eller eljest äro instabila, 1C NaOH, kalkvatten, klorvatten, Na-hypoklorit, $FeSO_4$.

Dessa lösningar visade efter 7 dagar följande procentuella viktsresp. titerförändringar.

$BaCl_2$, 1C	viktsminskning	0,8 %
H_2SO_4, konc.	viktsökning	< 0,1 »
CS_2 under vatten	viktsminskning	13 »
NH_3, 4C	titerminskning	9 »
HCl, 4C	»	3 »
NaOH, 1C	»	6 »
Kalkvatten	»	30 »
Klorvatten	»	16 »
Na-hypoklorit	»	7,8 »
$FeSO_4$, 0,1 C	»	6 »

Kalkvatten och CS_2 kunna ej förvaras på detta sätt, detsamma gäller för övrigt också ammoniumsulfid och -disulfid. Det är därför nödvändigt att tömma dessa flaskors innehåll i förrådslösningarna efter slutad laboration eller också ersätta dessa reagens med andra, mindre känsliga. CS_2 (kpt 46,3°) ersättes lämpligen av CCl_4 (kpt 76,8°), men även denna förvaras bäst under ett vattenskikt. Den starka minskningen av klorlösningens titer är så till vida skenbar, som samma försämring erhölls, då samma klorlösning förvarades 7 dagar i brun flaska, tillsluten med glaspropp. Av hypokloritlösningens titerminskning, 7,8 %, beror 5,8 % på en förändring av andra skäl och endast 2 % på förvaringssättet. För prov på brom och jod kan därför klor lämpligen ersättas av hypoklorit, som är betydligt pålitligare ur hållbarhetssynpunkt. Ammoniaklösningen måste emellanåt prövas på karbonhalt (med barium- eller kalciumjoner) och vid närvaro av karbonat förkastas.

Till sist.

Analysgången vid den kvalitativa analysen av enkla prov behöver ej ändras genom införande av halvmikrometodik. Beträffande laborationsövningarna i realskola och gymnasium skall varje intresserad lärare lätt själv finna vilka försök, som lämpa sig att utföra i halvmikroskala. Det är min tro, att detta nya arbetssätt skall skänka ökat värde åt laborationerna och kommer att mottagas med stort intresse av eleverna.

Pantografen.

Av läroverksadjunkt EINAR WETTERWIK, Stockholm.

Studiet av elementär matematik omfattar åtskilliga moment, där anknytning till enkla och för praktiskt bruk allmänt använda matematiska instrument osökt erbjuder sig. I raden: passare, linjal, gradskiva, vinkelhakar, skalmått, proportionalcirkel, pantograf, räknesticka, sfärometer, planimeter torde de viktigaste instrumenten vara upptagna ända fram till den på integralbegreppet byggande planimetern, som faller utanför den allmänna läroverkskursens rum. Ur alla synpunkter är det önskligt, att matematiklärarna begagna tillfällena att kort redogöra för och helst även visa sådana instrument.

Det torde vara ganska vanligt, att svenska matematiklärare icke känna till pantografen, och än vanligare, att de aldrig använt någon sådan. Med pantograf (av grek. panto's = allt och gra'fein = skriva) menas en på likformighetsläran byggande anordning, avsedd att förstora eller förminska en plan figur i viss skala.

Pantografen grundar sig på följande princip. Om alla hörn i en parallellogram $ABCD$ (fig. 1) äro ledade (genom gångjärn el. liknande) och hörnet A hålles i ett fixt läge, medan det motsatta hörnet C rör sig längs en viss kontur, så kommer en punkt P på diagonalen AC, *om förhållandet* $AP : AC$ *hålles konstant*, att beskriva en med den förra likformig (och i avseende på punkten A likställd) kontur. Längdskalan mellan P-konturen och C-konturen blir $AP : AC$.

För att i praktiken uppnå denna konstans inför man en parallelltransversal EF (fig. 1) med leder i E och F. Alla *heldragna* linjer i figuren utgöras av trä- eller metallstavar. Stavarna AB och CD äro delade i lika antal delar genom borrade hål; staven EF är också genomborrad i samma antal punkter på lika avstånd från varandra och kan fästas i mot varandra svarande punkter på AB och CD. I C fästes ett stift, i P en blyerts, som uppritar avbildningen, då stiftet i C följer originalkonturen. Skalan bestämmes av $AE : AB (= AP : AC = AG : AD = GP : DC)$.

En enklare form av pantograf, i Tyskland benämnd »Storchschnabel», visas i princip i fig. 2. Där har den del av fig. 1 bortfallit, som ligger på B:s sida om AC. Då måste i stället en stav införas på PG:s plats, varjämte PG och PF förändras till resp. PH och PK, båda försedda med borrhål. Skalan framgår av den sista parentesen.

Självfallet inverteras skalan, om stift och blyerts byta plats.

Ännu helt nyligen levde jag i den tron, att pantografen, ehuru enkel nog, dock i likhet med Amslers planimeter endast tillverkades av starkt specialiserade, utländska instrumentfabriker, betingade ett högt pris och hade en mycket ringa användning.

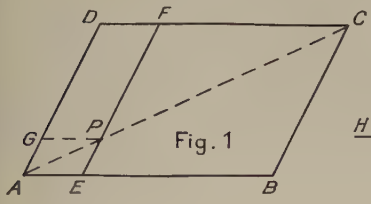


Fig. 1

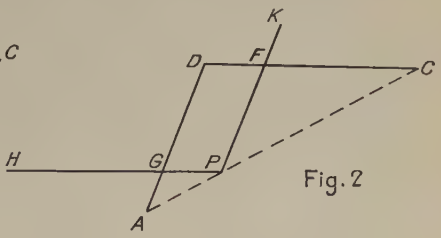


Fig. 2

Genom dessa rader har jag emellertid velat göra andra matematiklärare uppmärksamma på att en för skolornas ändamål fullt tillräcklig pantograf av trä kan fås från firman Wilhelm Becker, Box 468, Stockholm 1, för det moderata priset 7 kr. 60 öre. Denna typ borde icke saknas vid något läroverk och borde alltid demonstreras vid genomgång av likformighet samt likställighet. För inemot 100 kr. kunna gedignare pantografer fås, utförda i metall, men just den billiga trämodellen lär allmänt begagnas av t. ex. reklamtecknare och konstnärer.

Bokanmälningar.

Nils Erik Fremberg, *Inledning till differential- och integralkalkylen.* Andra omarb. uppl., stencilerad, Lund 1949, 294 s., kr. 21:50 vid rekv. direkt från Lunds Studentkårs Intressebyrå.

Det starkare kravet på precision i definitioner och bevis, som kännetecknar universitetsstudierna i matematik i jämförelse med gymnasiestudierna, blir lätt en barriär, som försvårar nybörjarens inträngande i ämnet. En lärobok, som ger en i detalj fullständig och i allo sträng uppbyggnad av matematiken, har självklart sitt stora värde, men icke som nybörjarbok. Med sitt kompendium, nyligen utkommet i en andra omarbetad upplaga, avser docent Fremberg att ge en nybörjarbok i matematisk analys, en introduktion direkt ansluten till matematikkursen vid våra gymnasier. Till sitt omfång svarar kompendiet ungefär mot kursen i analys till betyget godkänd i fil. kand.- och ämbetsexamen. Från den nya

upplagans företal kan citeras: »I behandlingen av själva grundvalarna för analysen, de reella talen och funktionsbegreppet, eftersträvas i stort sett endast en sammanfattning och fixering av begrepp och erfarenheter från skolkursen. Ett strängt införande av irrationaltalen kommer icke ifråga. Detta och därmed den logiska uppbyggningen av analysen bör uppskjutas till ett senare stadium av universitetskursen. En nybörjare måste först vänja sig vid de från skolkursen så vaga begreppen gränsvärde och kontinuitet liksom vid de nya begrepp och metoder, han möter, innan han är mogen för en sträng teori för irrationaltal och dess konsekvenser».

Utöver detta citat är en resumé av de mera begreppsmässiga delarna av kompendiet ägnad att belysa, hur författaren förverkligar sin avsikt.

Såsom framgår av citatet ur företalet beröres irrationaltalsbegreppet med lätt hand. Irrationaltalen definieras genom rationella intervallinkapslingar, men den för nybörjaren svåra och tröttande genomgången av deras räknelagar utelämnas. Gränsvärdebegreppen vid talföljder och funktioner och därmed kontinuitetsbegreppet ges en strikt utformning med de kända »ε-definitionerna». I överensstämmelse med bokens karaktär introduceras icke Cauchy's allmänna konvergenskriterium. I stället utnyttjas genomgående den åskådligare satsen om existensen av gränsvärden vid begränsade monotona talföljder, vars bevis baseras på intervallinkapslingsprincipen. I överensstämmelse med gymnasiekursens definitioner införas exponential- och logaritmfunktionerna. En metod att strängt definiera dem på basis av satser om monotona funktioner anges utan att genomföras i detalj. Vissa satser, som genom sitt åskådliga innehåll lätt accepteras men vilkas bevis bjuder på svårigheter för nybörjaren, meddelas utan bevis, medan samtidigt kravet på strängt bevis betonas. Som exempel kan nämnas satsen om kontinuitetens likformighet i ett slutet kontinuitetsintervall. Vidare satsen att en i ett slutet intervall kontinuerlig funktion antar sina extremvärden. Som tacknämlig nyhet för andra upplagan märkes en paragraf om ordo-begreppen. De oändliga seriernas teori är utförligt behandlad. Jämförelseprincipen för att avgöra konvergens eller divergens betonas, medan mera receptmässiga konvergenskriterier (Raabe osv.) utelämnas.

I kapitlet om derivator har det i första upplagan ofullständiga beviset för satsen om derivatan av en funktion av en funktion kompletterats. Möjligen kunde beviset med användning av differentialer (se t. ex. Courants kända lärobok) ligga enklare till för nybörjare än det resonemang författaren använder. I ett särskilt

kapitel behandlas differentialbegreppet. Även för studiet av matematiken närstående ämnen är författarens grundliga uppklarande därav värdefullt.

Integralkalkylen behandlas efter differentialkalkylen. Den obestämda integralen introduceras såsom omvändning till derivatabildningen. Sedan integrationsproblemen för de elementära funktionerna utretts, införes den bestämda integralen i samband med ytberäkningsproblemet. Existensbeviset (förbättrat från första upplagan) för integralen av en kontinuerlig funktion baseras på teorin för monotona talföljder och utformas elegant och pedagogiskt mycket tillfredsställande.

Utan att vidare gå in på detaljer kan man konstatera, att författaren på ett utomordentligt sätt lyckats i sin avsikt att ge en lärobok, som underlättar övergången från skolstudier till universitetsstudier. Genom att medvetet avstå från överdriven stränghet och alltför detaljerad fullständighet har han ernått en ledig framställning och därigenom god kontakt med sin läsekrets. Medan han aktar sig att alltför starkt betona precisionskravet, är han hela tiden noga med att framhålla de matematiska sammanhangen.

En jämförelse med första upplagan visar en ökning i omfånget med 72 sidor, vilket till stor del kan tillskrivas det avsevärt ökade utrymmet för övningsexempel, varigenom bokens värde stigit i hög grad. Vidare märkas i texten flera korrigeringar, förbättringar och tillägg, av vilka några nämnts härovan. Särskilt bör framhållas det nyskrivna andra kapitlet, som i sin enkelhet och naturlighet är en elegant introduktion till de komplexa talen. *Åke Pleijel.*

D. E. Rutherford, *Substitutional Analysis.* Edinburgh University Publications, Science and Mathematics, No 1. Edinburgh 1948. Pp. 103, 25 s. net.

Ämnet för denna monografi är visserligen ganska speciellt, innebärande undersökning av den symmetriska gruppen, dess gruppring, dess karaktärer. Just denna speciella del av gruppteorien lär emellertid på senare tid ha blivit av stort intresse för vissa fysiker (tyvärr vet jag ej exakt vilken tillämpning den har). Härmed sammanhänger den aktivitet som lagts i dagen för utarbetande av metoder för explicit beräkning av de besvärliga, men av fysici åtrådda, karaktärerna (Littlewood, Richardson, Murnaghan, H. Weyl). För att åt ämnet ge en framställning njutbar även för icke-gruppteoretiker har förf. gjort boken »self contained» genom att endast förutsätta de allra elementäraste gruppteoretiska begreppen såsom bekanta för läsaren. Härmed menas dock inga-

lunda, att det är fråga om något slags populariserad framställning av ämnet. För en gruppteoretiker torde boken erbjuda stort intresse bl. a. genom att den i ett modernt skrivsätt presenterar de undersökningar och resultat av något äldre datum (från omkr. 1900 och omkr. 1930, A. Young), vilka i originalversionen äro svårlästa. Förf., som själv i olika avseenden bidragit till teorien, måste anses ha lyckats med sin dubbla uppgift. — Papper, tryck och band äro av högsta kvalitet. *Stig Comét.*

Arnaud Denjoy, *Leçons sur le calcul des coefficients d'une série trigonométrique enseignées a l'université Harvard.* (Collection de monographies sur la théorie des functions, publiée sous la direction de M. Emile Borel) Paris, Gauthiers-Villars, I—III: 1941, IV: 1, 2: 1949, 714 p., 3 700 fr.

Ett klassiskt resultat inom teorin för Fourierserier utsäger, att en funktion $f(x)$, representerad av en överallt konvergent trigonometrisk serie $a_0 + \sum(a_\nu \cos \nu x + b_\nu \sin \nu x)$, har sina koefficienter a_ν och b_ν entydigt bestämda. Då serien konvergerar likformigt, erhållas de genom Fouriers formler $a_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x) \cos \nu x \, dx$ och $b_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x) \sin \nu x \, dx$. De la Vallée-Poussin har visat, att dessa gälla, även om man endast förutsätter, att $f(x)$ är summabel. Det finns dock enkla exempel på överallt konvergenta Fourierserier, vars summor ej äro summabla. I detta verk löses fullständigt problemet att bestämma Fourierkoefficienterna till funktioner representerade av överallt konvergenta trigonometriska serier.

Genom en från Riemann härstammande metod överför Denjoy detta problem i ett integrationsproblem. Formell integration två gånger överför den givna serien i en likformigt konvergent sådan med summan $F(x)$ (bestämd på en lineär funktion när): $F(x) = c_0 + c_1 x + \frac{a_0}{2} x^2 - \sum\left(\frac{a_\nu}{\nu^2} \cos \nu x + \frac{b_\nu}{\nu^2} \sin \nu x\right)$. I varje punkt är $f(x)$ den »andra generaliserade derivatan» till $F(x)$, d. v. s. $f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{F(x+h) + F(x-h) - 2F(x)}{h^2}$. Denjoy bestämmer till $f(x)$ dess »andra primitiva», d. s. v. den funktion $F(x)$, som har $f(x)$ till »andra generaliserad derivata». För $F(x)$ är på grund av likformigheten i dess Fourierseries konvergens koefficientproblemet löst, varigenom a_ν och b_ν kunna bestämmas.

Lösningen av detta integrationsproblem är huvudinnehållet i boken. Den är analog med bestämningen av »första primitiva», löst av Denjoy genom »totalisation», men ojämförligt svårare. Resultaten äro förut publicerade i korta Comptes Rendusnoter (1921), men denna bok utgör den första utförliga och fullständiga framställningen av dem.

Kap. I innehåller en exposé av de la Vallée-Poussins ovannämnda arbete, kompletterat av Denjoy. Kap. II berör förbättringar av Riemanns resultat och vissa differentialegenskaper hos funktionen $F(x)$. Kap. III och IV behandla teorin för lineära perfekta mängder och funktioners variation över sådana. Kap. V behandlar återigen differentialegenskaper, medan i kap. VI den konstruktiva teorin för »andra primitivan» påbörjas. Denna fullbordas i kap. VII—VIII, medan kap. IX innehåller tillämpningar på Fourierserier.

Ulf Hellsten.

Helmut Hasse, *Zahlentheorie,* Akademie-Verlag, Berlin 1949, 468 S. Pris ca 70 kr.

Inom den algebraiska talteorien kan man följa två linjer, den ena ställer idealbegreppet och den andra divisorsbegreppet i förgrunden. Idealbegreppet skapades av Dedekind, utformades sedan vidare av Hilbert och utbyggdes till den allmänna idealteorin av Emmy Noether, Artin m. fl. Den visade sig synnerligen fruktbärande och gav som ett av sina vackraste resultat klasskroppsteorien med Artins reciprocitetssats. Divisorsteorien går tillbaka till Kummer och Kronecker och grundar sig även delvis på Weierstrass' metodik att framställa analytiska funktioner med hjälp av konvergenta potensserier. Sin egentliga utformning fick den av Hensel. Senare har den utbyggts med den allmänna kroppsteorien av Steinitz och den allmänna beloppsteorien av Kürschak och Ostrowsky.

Under årtiondena närmast före det andra världskriget utvecklades divisorsteorien vidare av en rad framstående matematiker särskilt i Tyskland. Den visade sig vara idealteorien överlägsen i flera avseenden och synes kunna delvis ersätta och delvis fördjupa denna.

Bokens författare är en av de stora nydanarna på detta område. Han har emellertid också en sällsynt förmåga att sammanställa olika forskares resultat till en enhetlig teori. I hans bok utvecklas divisorsteorien till en fast byggnad, och denna synes kunna omfatta allt som kan inräknas under begreppet algebraisk talteori. På ett naturligt sätt inordnas även funktionskropparna bland de vanliga algebraiska talkropparna.

Det kan naturligtvis inte här bli fråga om att närmare redogöra för innehållet. Boken är ingen lärobok i egentlig mening. Den får mera betraktas som en handbok och en handbok som är rik på stoff. Den kommer med säkerhet att höra till de stora klassiska verken i talteori. Men denna teori — och särskilt så som den framstår i modern gestalt — är så rik på matematiska metoder av allmänt intresse, att varje matematiker bör ha glädje och nytta av att läsa Hasses bok. Om den inte är lättläst, så beror det uteslutande på att innehållet inte alltid är så lättillgängligt, emedan man ställes inför många nya tankegångar. I fråga om klarhet lämnar framställningen intet övrigt att önska.

Av verket föreligger nu endast första delen i tryck. En andra del finnes dock redan i manuskript. *Harald Bergström.*

Henry Beghin, *Cours de mécanique.* Tome I, 5 häften, Gauthier-Villars, Paris, 1948, 588 + IX sidor, 1800 fr.

Titeln innehåller orden »édition provisoire polycopée». Detta tyder på att förf. följt den kloka regeln att giva ut en stencilerad upplaga, innan han arbetar ut den slutliga formen och trycker boken. Då man skriver ett kapitel i sänder i den ordning, som passar författaren bäst, blir det lätt så, att de olika kapitlen inte passa väl samman och felaktigheter kunna insmyga sig. Då nämnda avväpnande anmärkning nu finnes på omslagets titelsida, skall anmälaren inte uppehålla sig vid dylika oegentligheter.

Boken är ett kompendium från École polytechnique efter föreläsningar av utgivaren, hållna åren 1945 och 1946. Så vitt anmälaren har sig bekant, fordrar ingen annan teknisk högskola så mycket matematik och mekanik i den grundläggande kursen för blivande ingenjörer. Föreliggande första del omfattar följande:

Kap. I: Kinematik för punkter och stela kroppar. Grafisk kinematik. Kap. II: Massors geometri och kinematik: Tyngdpunkt, tröghetsmoment, tröghetsprodukter, rörelsemängd, rörelsemängdsmoment, rörelseenergi, tröghetskrafter, accelerationsenergi. Kap. III: Mekanikens grundlag. Kap. IV: Teoremet om rörelsemängden. Kap. V: Galileiska koordinatsystem. Kap. VI: Kontaktkrafter. Kap. VII: Enkla tillämpningar. Kap. VIII: Beräkning av rörelsen för ett system av stela kroppar ur givna begynnelsevillkor. Exempel, då uppgiften är obestämd resp. omöjlig. Kap. IX: Arbete och effekt. Kap. X: System av enheter. Kap. XI: Masspunktens mekanik. Kap. XII: Teoremen om virtuella arbetet och om rörelseenergin. Kap. XIII: Trådars mekanik. Kap. XIV: Lagranges ekvationer. Kap. XV: Stöt. Kap. XVI: Stabilitet, små rörelser, rörelser i närheten av en stationär rörelse. Kap. XVII: Appells

ekvationer. Kap. XVIII: Ekvationer av Jacobi, Hamilton, Maupertuis och Gauss.

Goda franska läroböcker i mekanik finnas förut, författade av Bouny, Appell och av Appell och Dautheville m. fl. Fransmännen ha varit skickliga matematiker. Detta medför lätt, att mekaniken i franska läroböcker blir en sorts tillämpad matematik av abstrakt slag, där kontakten med erfarenheten skymmes en smula av den eleganta matematiken. Man intresserar sig mindre för svårigheter av fysikaliskt slag och tyckes ha den celesta mekaniken till förebild. Det är därför värdefullt att ha fått en kompletterande fransk framställning av mekaniken med en stor mängd genomdiskuterade jordiska exempel, med den belysning, som dessa giva åt mekaniken och dess principer. De saknas visserligen inte i äldre franska böcker men bli bättre utnyttjade nu.

O. H. Faxén.

A. Hald, *Statistiske Metoder.* Med Eksempler paa Anvendelser indenfor Teknikken. Det private Ingeniørfond, København 1948, 654 S. + 77 S. (Tabel- og Formelsamling), kr. 48:70.

Den omfångsrika lärobok i teoretisk och praktisk statistik, som utgivits av professor Hald vid Köpenhamns universitet, är intressant att stifta bekantskap med. Bokens syfte är enligt förordet att ge en elementär framställning av statistiska metoder, som äro av betydelse för ingenjörens praktiska arbete. Hur har detta syfte förverkligats?

Bläddrar man i det innehållsrika verket, finner man till sin häpnad, att alla de viktigaste delarna av statistiken finnas med. Där finns sålunda en 400 sidor mäktig redogörelse för den omfattande teori, som byggts upp kring normalfördelningen (inkl. variansanalys, regressions- och korrelationsanalys). Binomial- och Poissonfördelningarna behandlas utförligare än i någon annan bok anmälaren sett. Man finner en utförlig handledning för praktisk bearbetning och presentation av numeriska data. I en tabellbilaga återfinnas ett stort antal mycket goda tabeller, varav de flesta uppgjorts speciellt för detta arbete. Teorien, som framställes grundligt och så elementärt som möjligt, illustreras av en överflödande mängd exempel, de allra flesta hämtade från industrien. Denna exempelsamling utgör bland det värdefullaste i boken både för en statistiker, som vill lära känna industriens frågeställningar, och för en ingenjör, som vill få sina problem statistiskt belysta.

Efter att ha orienterat sig bland bokens 23 kapitel gör man sig osökt den frågan: hur skall en ingenjör ha tid att tillgodogöra sig detta väldiga stoff? Svaret är givet. Boken är naturligtvis

användbar icke endast som lärobok — som sådan är den delvis för detaljerad — utan framför allt som uppslagsbok. Den som företrädesvis är intresserad av praktiskt statistiskt arbete, kan nöja sig med att läsa några av de grundläggande kapitlen (t. ex. kap. 1—6) och sedan övergå till det kapitel, där han finner sitt speciella problem behandlat.

Boken bör läsas och diskuteras av ingenjörer och andra, som äro sysselsatta med tekniskt-statistiska problem. Den kan bland mycket annat bereda vägen för en vidgad förståelse för den statistiska teoriens användningsmöjligheter både på industriens område och annorstädes inom samhällslivet. *Gunnar Blom.*

Agvald Gjelsvik, *Projeksjonsteikning*, lære- og øvingsbog for realgymnaset. Olaf Norlis forlag, Oslo 1945, 109 s., n. kr. 5: 10.

Boken är avsedd att användas vid matematikundervisningen i näst högsta ringen av realgymnasiet i Norge såsom ett komplement till undervisningen i rymdgeometri. Den omfattar det väsentliga av den elementära beskrivande geometrien. Paragraferna 1—14 behandla definitioner samt olika slag av projektioner. I paragraferna 15—58 genomgås därefter rymduppgifter beträffande punkter, räta linjer och plan med användande av ett horisontellt och ett vertikalt projektionsplan eller av tre projektionsplan; projektionerna äro normalprojektioner. Skärningsuppgifter (§ 31 och några följande) omfatta skärning mellan plan och polyedrar.

De lösta uppgifterna äro mycket instruktiva, och ofta har lösningsförfarandet åskådliggjorts med axonometriska skisser, vilka bidraga till att underlätta konstruktionerna av lösningarna. Till varje paragraf ha bifogats övningsuppgifter, som synas mig väl valda för inlärandet av beskrivande geometriens metoder.

I boken saknar man en framställning av projektion i ett bildplan, t. ex. ett horisontalplan med icke fixt vertikalplan. Det är detta åskådningssätt man ofta tillgriper, då man analytiskt skall lösa ett rymdproblem. Jag anser att boken skulle vinna på om författaren i en kommande upplaga gjorde ett tillägg om projektioner i ett plan.

Den betydelse, som beskrivande geometrien har för uppövandet av rymdåskådningen, har tyvärr icke tillräckligt beaktats vid våra läroverk. Matematiklärarna stå ofta främmande för beskrivande geometriens metoder. Det vore enligt min mening ett önskemål att det i blivande matematiklärares utbildning även inginge en kurs i beskrivande geometri.

Jag vill på det varmaste rekommendera Gjelsviks bok till mate-

matik- och teckningslärare. Då den är tillrättalagd för elementarundervisningen i matematik vid läroverken, borde den icke saknas i lärarnas referensbibliotek eller i lärjungebiblioteken. För intresserade lärjungar finner man i boken utmärkta uppgifter till hemarbete. *Herbert Olsson.*

Ole Peder Arvesen, *Lærebok i beskrivende geometri,* H. Aschehoug. Oslo 1948, 211 s., n. kr. 21:—.

Föreliggande bok är skriven för studerande vid Norges tekniska högskola och omfattar en del av den kurs, som föreläses i ämnet geometri. I första kapitlet behandlas normalprojektion på två plan, och de viktigaste problemen rörande punkten, räta linjen och planet genomgås. Kap. 2 behandlar axonometrien med omnämnande av Pohlkes viktiga sats samt Eckharts metod. Kapitlen 3—5 ägnas åt plana kurvor, affinitet och rymdkurvor. I kap. 6 behandlas avbildning av geometriska kroppar i normalprojektion samt i kap. 7 skärningsuppgifter mellan prisma och pyramid, mellan kon och cylinder samt mellan rotationsytor. Kapitel 8 ägnas åt skuggkonstruktioner, och i kap. 9 genomgås grunderna av perspektivläran. I kap. 10 slutligen behandlas konform avbildning.

Liksom i Gjelsviks bok saknar man en framställning av projektion i ett plan.

Arvesens lärobok är mycket välskriven och kan livligt rekommenderas. *Herbert Olsson.*

Frederic H. Miller, *Analytic Geometry and Calculus,* a unified treatment, Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London, Pp. 658, $ 5.00.

Förf:s avsikt med arbetet synes vara att ge en framställning av den analytiska geometrien, differentialkalkylen och integralkalkylen på så sätt, att de olika områdena få utveckla sig jämsides. Sålunda ägnas de första kapitlen åt räta linjens analytiska geometri, begreppen derivata och bestämd integral. Med liknande uppdelning av lärostoffet genomgås sedan ungefär den kurs, som läses vid ett svenskt tekniskt gymnasium, varefter författaren slutar med analytisk geometri i rymden, partiella derivator och multipla integraler.

Synnerlig vikt lägges på det tidiga införandet och tillämpandet av de grundläggande begreppen. Först sedan man länge deriverat och integrerat algebraiska funktioner, införas de transcendenta funktionerna. Författaren låter alltid den formella utvecklingen av ett parti komma efter användningen av grundbegreppen på enklare problem.

Med hänsyn till dessa författarens huvudsynpunkter torde arbetet ha något att ge en svensk matematiklärare, som ofta spiller alltför mycken tid på den formella delen av ämnet och som gärna uppdelar det i alltför skilda partier.

Frågan om hur strängt de matematiska begreppen och satserna skola framställas är alltid en fråga om smak och publik. Skall man vara mycket sträng, dvs. begagna århundradenas erfarenhet och besinning? Skall man nöja sig med åskådlighet och därvid under vissa risker tänka ungefär så som de stora upptäckarna vanligen gjort? Författaren har i huvudsak följt den senare framställningsmetoden. För stränga matematiska studier lämpar sig boken sålunda ej. Däremot torde den med fördel kunna användas av personer, som utan alltför många preludier önska öka sina kunskaper utanför skolkursen. *Olof Sjöstrand.*

Electronics Engineers of the Westinghouse Electric Corporation, *Industrial Electronics Reference Book.* John Wiley & Sons, Inc., New York, Chapman & Hall, Ltd., London, 1948, X + 680 sid., 1259 illustr., format 24 × 30 cm², $ 7.50.

Denna handbok — »digest» vore en mera adekvat benämning än »reference book» — är utarbetad av trettiosju elektronikingenjörer, samtliga experter på sina respektive områden av ren och tillämpad elektronik.

Boken är inte skriven för specialister. Dess syfte anges sålunda: »The book ... has been aimed at the practicing engineer who is faced with the problem of understanding the underlying principles as well as the scope and limiting factors of electronic apparatus as it is applied to industrial processes. ... the book will also be of material value to graduates of engineering schools who are entering industry for the first time and who will be faced with the problem of approving or rejecting electronic equipment for use in industrial functions.»

Boken torde emellertid vara av stort värde även som handbok för fysiklärare; det mesta av dess innehåll är nämligen sådant som numera måste inbegripas i fysikalisk allmänbildning. Den innehåller också åtskilligt som bör kunna intressera kunniga gymnasister.

I de tio första kapitlen ges en utmärkt framställning av elektronrören ur fysikalisk synpunkt (elektronrör här taget i mycket vidsträckt mening). Ett kapitel om elektroniska mätinstrument behandlar bl. a. voltmetrar, elektrometrar, amperemetrar, frekvensmetrar, oscillografer, stroboskop, balanseringsmaskiner, masspektrometrar och elektronmikroskop.

Den tillämpade elektroniken finner man här mera allsidigt belyst än i någon annan av undertecknad känd bok. Arbetet är fullt up to date. Man återfinner inte enbart sådana mera välkända tillämpningsområden som kommunikationsteknik, kraftelektronik, belysningsteknik, automatiska kontrollmetoder, teknisk röntgenprovning och radar utan även sådana nyare områden som industriell användning av dielektrisk högfrekvensupphettning, elektrisk rening av gaser, servomekanismer.

Boken håller sig genomgående till grundprinciperna med uteslutande av specialiteter. Man kan därför räkna med att den inte kommer att bli föråldrad under de närmaste åren.

Torsten Jönsson.

Victor Grignard, *Précis de chimie organique*, Masson & Cie, Paris 1949, 3me éd., 902 p., 2600 fr.

Franska läroböcker i kemi bruka sällan hitta vägen till vårt land, varför man med en viss nyfikenhet tar del av föreliggande arbete, som sammanställts efter Grignards föreläsningar av sonen R. Grignard och dr J. Cologne i Lyon.

Boken är icke på vanligt sätt uppdelad i en alifatisk, en aromatisk och en heterocyklisk del, utan alla föreningar från de två förstnämnda huvudgrupperna behandlas tillsammans. Först kommer alltså ett kapitel om samtliga kolväten, därpå ett om halogenföreningar, så metallorganiska föreningar, alkoholer, aldehyder osv. Endast de heterocykliska föreningarna behandlas för sig i det sista kapitlet. Boken är i övervägande grad inriktad på att ge läsaren en uppfattning om de viktigaste substansgruppernas reaktioner och framställningsmetoder. För varje kapitel äro dessa överskådligt uppställda. Däremot ägnas ett relativt litet utrymme åt uppräkning av enskilda substanser. Många viktiga sådana ha helt utelämnats. Synnerligen värdefullt är emellertid ett »appendice» i slutet av boken, där olika metoder för oxidation, reduktion, halogenering etc., uppräknas med sidhänvisningar till texten. Grignards exempel borde i detta fall följas av flera läroboksförfattare.

Bokens största brist är att den moderna elektronteoretiska uppfattningen om de organiska ämnenas reaktioner icke alls omnämnes. Även ett så elementärt begrepp som mesomeri letar man förgäves efter. Framställningen verkar därför på många punkter föråldrad. För kursstudium vid universitet och högskolor måste den nödvändigtvis kompletteras med någon lärobok i teoretisk organisk kemi. Som uppslagsverk för olika substanser är boken mindre tjänlig, men den som vill få en orientering över de vik-

tigaste organisk-kemiska reaktionstyperna kan med fördel använda den. *Gösta Lindstedt.*

G. Watt-L. Hatch, *The Science of Chemistry.* McGraw-Hill Comp., New York 1949. Pp. 567, $ 4.50.

Detta är ej i första hand en lärobok i kemi utan en översiktlig framställning av dess principer och dessas tillämpningar inom nutida materiell kultur. Den redogör ej för experiment eller detaljerade framställningsmetoder men ger en övertygande uppfattning av vad kemi innebär och hur den inom olika områden av mänskligt liv berikar tillvaron. Den klara och logiska framställningen är skickligt upplagd, ej minst ifråga om den fysikaliska kemien, kärnkemien och biokemien, där mången lärare torde finna åtskilligt som har nyhetens tjusning. Till varje kapitel fogas frågor för att befästa det lästa samt hänvisningar till kända läroböcker för den som söker mer detaljerade upplysningar. Innehållet torde i det hela mer än väl täcka en svensk gymnasiekurs.

Förstklassigt papper, elegant utstyrsel, 227 utmärkta illustrationer, varav flera i färg, göra de två kemiprofessorernas bok högst tilldragande. Den bör kunna bli en idealisk bredvidläsning för t. ex. gymnasister och förtjänar livligt att översättas till svenska efter någon omarbetning med hänsyn till våra industriella förhållanden. Med en sådan bok — varav ej allt skulle behöva inläras — i våra framtida gymnasier, i förening med laborationer, är det ingen fara för att kemien ej skulle bli högt uppskattad.

E. Nordefeldt.

Asger Lundbak, *Atomet og Universet,* Udg. af Studentersamfundets oplysningsforening, Forlaget Fremad, København 1949. 293 sid., d. kr. 12:—.

Boken avser enligt författarens förord att ge en läsare utan större insikter i fysik och astronomi en uppfattning om hur vår nuvarande fysikaliska världsbild framkommit. I vart och ett av bokens tio första kapitel söker förf. som avslutad helhet behandla ett speciellt fysikaliskt eller astronomiskt problem, varigenom det även blir möjligt att läsa enstaka kapitel för sig utan mera ingående kunskap om de föregående. De olika kapitelrubrikerna: Atomet, De vises sten, Perpetuum mobile, Einsteins relativitetsteori, Energien og dens forvandlinger, Lys og stråling, Begyndelsen og afslutningen, Matematikken i tillværelsen, Atomenergi, torde i någon mån ge en föreställning om de frågor som behandlas. I bokens avslutande parti »Konklusion» sammanställas de väsentligaste av

de i det föregående behandlade problemen, och här söker författaren föra resultaten samman till en helhet för att på så sätt söka ge »et indtryk af den røde tråd i naturens mangfoldighed».

Arbetet karakteriseras genomgående av utpräglad klarhet i framställningen och kan utan tvekan rekommenderas åt envar, som i lättillgänglig form vill skaffa sig en inblick i den revolutionerande utvecklingen inom fysik och astronomi under de senaste femtio åren. *O. Lundquist.*

E. Schrödinger, *Vad är liv? Den levande cellen ur fysikalisk synpunkt.* Övers., Bonniers förlag, Stockholm 1949, 114 s., kr. 7:50.

Visserligen har fysiologien och biokemien lyckats förklara den levande cellens beteende och egenskaper tämligen fullständigt, men det återstår likväl centrala frågor, som dessa vetenskaper ej lyckats utreda. Sådana oväntade företeelser som *mutationer* likna på ett säreget sätt de oorganiska förlopp, som hänföras till kvantmekaniken. Det är därför glädjande att en inom fysiken så högt kvalificerad forskare som nobelpristagaren Schrödinger gör ett allvarligt men ödmjukt försök att ur fysikalisk synpunkt betrakta biologiska företeelser: mutationer, ärftlighet, arvsanlagens stabilitet, röntgeninducerade mutationer m. m. Han stöder sig härvid ofta på statistiska betraktelser över »ordning genom oordning» och entropibegreppet. Han tangerar även filosofiska problem — såsom viljans frihet — och citerar stundom gamla indiska visdomsord, som passa i sammanhanget.

Sammanfattningsvis kan sägas, att läsaren bibringas nya och upphöjda synpunkter på biologiska företeelser, samtidigt som han får tränga in i speciella detaljer. Att finna samband mellan skilda vetenskaper och låta kunskaper från vissa områden (t. ex. kvantmekanik, statistik och entropi) hjälpa till att belysa helt andra områden (t. ex. mutationsfenomenet och ämnesomsättningen), det vittnar gott om skicklighet, fantasi och kombinationsförmåga hos framställaren. *J. Tandberg.*

Kay Piene, *Dokumenter, litteratur m. m. til undervisningen i matematikk og regning i den högre skolen.* Norsk Lektorlags fagligpedagogiske skrifter N:r 2, Oslo 1948. Stencilerad, 126 s., n. kr. 5:—.

Såsom inspektör vid det pedagogiska seminariet i Oslo har K. Piene, känd för åtskilliga svenska lärare från ett föredrag i Fören. f. mat.-nat. undervisning för ett par år sedan, sammanfört upplysningar om mångahanda ting, närmast med tanke på utbildningen av matematiklärare.

Förutom den behållning, som en svensk matematiklärare alltid kan ha av att taga kännedom om andra lärares matematikkurser, examina osv., finner han på dessa relativt få sidor litteraturanvisningar av stort värde. Uppenbart är, att vi i vårt land skulle behöva en motsvarighet till denna orientering för blivande matematiklärare. Till dess lärarutbildningen omsider blir omlagd, få vi väl vänta, för så vitt icke Läroverkslärarnas Riksförbund redan nu skulle kunna träda in för denna och liknande uppgifter på samma sätt som »Norsk Lektorlag» har gjort.

Einar Wetterwik.

Till läsekretsen.

Abonnentantalet har under de senaste åren ökat med 10 % per år, ett glädjande tecken på växande intresse för tidskriften.

En ökning av upplagan medför ökade resurser. Det har varit red. angeläget att låta dessa komma läsekretsen till godo; årg. 1949 har haft större omfång än någon tidigare. Trots detta har plats ej kunnat beredas för alla planerade artiklar (se dec. h. 1948, s. 257).

Under år 1950 har läsaren närmast att vänta fortsättning på under 1949 påbörjade artiklar. Docent E. Ingelstam och ingenjör Å. Thulin komma i en andra uppsats att behandla nyare instrument med spegeloptik. Prof. H. Slätis avslutar sin artikel om »Elementens uppkomst». Fil. kand. B. Aler och fil. lic. R. Westöö ha utlovat ytterligare ett par artiklar om scintillationsräknare och deras användning. Prof. T. Gustafson kommer att bidraga med »De odelbara processernas fysik» och docent G. Siljeholm med »Fluorescenslampor» i anknytning till en tidigare artikel (årg. *26*, 1943, sid. 65—78). Byrådirektör S. Comét ämnar publicera en fortsättning av sina uppsatser i årg. 1940 och 1941 om »Matrisräkning». — »Ljudoptik med centimetervågor» blir ämnet för en uppsats av lektor E. Knave och verkstadschefen S. Lindholm. Det rör sig här om en rad mycket vackra och instruktiva demonstrationsförsök, utexperimenterade av de båda författarna. — I marsh. komma 1949 års nobelpristagare att presenteras av docent B. Bruno och prof. L. G. Sillén.

På red:s bord ligga åtskilliga bokanmälningar, för vilka plats ej kunnat beredas i föreliggande häfte, och många böcker vänta på recension. Det finns utsikt att under 1950 ytterligare kunna förbättra förbindelserna med utländska förlag.

Ett nittiotal författare har under 1949 medverkat i tidskriften. Till dem alla riktas ett varmt tack. Red. tackar även läsekretsen för dess intresse för tidskriften.

Till slut en anmaning till läsarna att meddela red. sina önskemål i fråga om tidskriftens innehåll.

Red.

Gradualavhandlingar. [1]

Axel Johansson, *Röntgenografisk karakterisering av sulfidoättiksyror och merkaptaner.* Disp. vid Stockholms Högskola den 23 maj 1949. Opponenter: professor Börje Steenberg och fil. lic. Bengt Weibull.

De stora olikheter, som finnas mellan Debye—Scherrer-fotogrammen för olika klorkvicksilvermerkaptider, erbjuda möjlighet att använda dessa fotogram som hjälpmedel vid identifiering inte bara av merkaptiderna själva utan även av motsvarande merkaptaner. Likaledes bör det vara möjligt att härigenom identifiera andra ämnen, som på ett entydigt sätt kunna överföras till merkaptaner, såsom alkylhalogenider, alkoholer eller omättade kolväten.

En del klorkvicksilvermerkaptider ha därför framställts och deras pulverfotogram upptagits. För de två första föreningarna i homologserien har dessutom strukturbestämning gjorts med hjälp av Weissenbergfotogram.

De erhållna resultaten ha analytiskt tillämpats vid en del lägre olefiner, som förekomma i svensk skifferbensin. Därvid aktualiserades även ett annat problem, nämligen analyserandet av de bromidblandningar som uppstå, när bromväte adderas till normalpentener. Ur teoretisk synpunkt är i synnerhet additionen av bromväte till penten —2 viktig, då denna är den enklaste normala olefinen med olika kolradikaler vid de dubbelbundna atomerna. Denna reaktion har förut varit föremål för flera undersökningar av olika forskare, som också utarbetat olika teorier om elektronfördelningen i en olefinkolkedja. De resultat som författaren erhållit stämma emellertid ofta ej överens med tidigare undersökningar.

Olof Brulin, *On the Charged Meson Pair Theory of Nuclear Forces.* I. Arkiv för fysik, Bd 1, nr 4, 117. II. Arkiv för fysik, Bd 1, nr 5, 173. Disp. vid Stockholms Högskola den 14 maj 1949. Opponenter: professor O. Klein och docent B. Bruno.

I dr Stig Hjalmars' gradualavhandling härledes det bidrag till Hamiltonfunktionen som svarar mot de olika möjliga växelverkningstermerna mellan ett par laddade skalär- eller vektormesoner och en nukleon. I kapitel I av första delen av föreliggande av-

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

handling uträknas motsvarande växelverkningspotential för ett par nukleoner under antagande av svag koppling (andra ordningens störning). För att störningsräkningen skall giva ett konvergent resultat måste en avskärningsfunktion införas. För att undersöka i vad mån divergenserna uppkomma genom störningsräkningen behandlar förf. i kapitel II ett specialfall med en rigorös metod. Förf. antar här, att nukleonen har en ändlig radie. Resultatet blir emellertid divergent även i detta fall, varför också nu en avskärning för stora »*k*» är nödvändig. Genom att för ett bestämt värde på »*k*» jämföra andra och tredje ordningens störning härleder förf. vidare ett kriterium för störningsräkningens giltighet.

I andra delen av avhandlingen behandlas några tillämpningar av teorien för ett system bestående av två nukleoner. Om den neutrala mesonen antages icke existera, måste i den approximation med vilken förf. räknar krafterna mellan två protoner (eller två neutroner) helt erhållas ur parteorien. De elektriska krafterna tillkomma naturligtvis. Experiment där endast protoner förekomma äro således av särskilt intresse för parteorien. Förf. gör en kvantitativ analys av proton-protonspridningsexperimenten, varvid potentialen antages härledd enligt del I. Han visar därvid, att inom de alltjämt ganska vida felgränserna dessa experiment kunna förklaras med hjälp av en mesonparteori. Till slut visas, att krafterna mellan protoner och neutroner inte kunna uppkomma enbart ur en mesonparteori.

Stig Sunner, *Studies in Combustion Calorimetry Applied to Organo-Sulphur Compounds.* Lund 1949, 112 sid. Disp. i Lund den 25 maj 1949. Opponenter: laborator K. J. Karrman och fil. mag. Lars Bjellerup.

Avhandlingen behandlar dels metodologiska problem i samband med bestämningen av svavelhaltiga ämnens förbränningsvärmen, dels teoretisk-organiska problem rörande förändringen av den s. k. ringspänningen hos tiacycloalkaner.

Huvudsvårigheten vid bestämning av förbränningsvärmen för svavelhaltiga substanser ligger i att sluttillståndet efter förbränningen måste vara väldefinierat. Svavlet övergår kvantitativt till svavelsyra, och denna måste ha samma koncentration överallt i bombens inre, i annat fall är sluttillståndet givetvis termodynamiskt obestämt. Felen kunna bli avsevärda på grund av svavelsyrans stora utspädningsvärme.

En kalorimeter med roterande bomb har konstruerats, vilken tillåter en noggrannhet i bestämningen av 1 på 10 000. Detta har

huvudsakligen möjliggjorts genom att alla (kända) betingelser konstanthållas inom snäva gränser, varigenom skapas strängt reproducerbara förhållanden mellan de olika bränningarna.

För det räknemässiga överförandet av den aktuella reaktionen vid förbränningen till en standardreaktion, som skall ske mellan rena komponenter i definierade tillstånd (1 atm., 20° C; sluttillståndet bestämmes av CO_2, H_2O och rombiskt svavel) har bl. a. kolsyrans löslighet i vatten och svavelsyra måst bestämmas vid 2—4 atm. CO_2 tryck; vidare har värmetoningen för reaktionen från rombiskt svavel till ren, outspädd svavelsyra av den aktuella koncentrationen kalorimetriskt bestämts.

För att inte metodens noggrannhet skall bli illusorisk, är det nödvändigt att substansernas renhet är mycket hög, och i samband härmed har en enkel differentialkokpunktsmetod anvisats, enligt vilken det är möjligt att bestämma kokpunktsdifferenser på $\pm 0{,}002°$ C och på fraktioner av endast 0,1 ml volym.

Ett antal tiacycloalkaner har framställts, och ur de erhållna förbränningsvärmena ha följande slutsatser dragits:

De undersökta, osubstituerade tiacycloalkanerna av formeln $(CH_2)_n > S$ ($n = 2 — 6$) kunna indelas i två grupper, dels 3 och 4-ringarna med låg stabilitet och en C—S bindningsenergi av 59—60 kcal per bindning och mol. Från 5-ringen och uppåt är C—S bindningsenergien 67—69 kcal. Sexringen är stabilast i överensstämmelse med tidigare undersökningar för cycloalkanerna.

Utbytes etylensulfidens ($n = 2$) väten i tur och ordning mot metylgrupper, ökar stabiliteten, vilket kommer till synes i C—S-bindningens energi, som för trimetyletylensulfiden är 63,5 kcal.

Arvid Ljunghall, *The Intensity of Twilight and its Connection with the Density of the Atmosphere.* Hälsingborg 1949, 172 sid. Disp. i Lund den $^{19}/_{3}$ 1949. Opponenter: docent Erik Holmberg och fil. mag. Folke Nettelblad.

Avhandlingens första del innehåller en fotometrisk undersökning av det horisontella skymningsljusets intensitet och dess beroende av molnigheten. Mätningarna ha utförts med en visuell fotometer, och resultaten äro angivna i lux. Mellan intensiteten från solsidan Js och solhöjden h erhålles det enkla sambandet

$$\log Js = k \cdot h + l,$$

där konstanten l varierar med molnigheten, under det att koefficienten k för samtliga grader av konstant molnighet är approximativt $= 0{,}42$.

En korrelation mellan skymningsljusets intensitet och den relativa fuktigheten påvisas, under det att intet inflytande av lufttryck eller temperatur konstaterats. Dessutom har månljusets intensitet uppmätts. Fullmånens belysning vid normalavstånd utanför jordens atmosfär är enligt undersökningen $0{,}367 \pm 0{,}011$ lux.

Den andra delen av avhandlingen omfattar en fotoelektrisk undersökning av dels det vertikala skymningsljuset och dels ljusdistributionen i solvertikalen, varvid intensitetens variation i zenith ägnas speciell uppmärksamhet. Mätningar ha utförts i Abisko, Hälsingborg, Helwan (Egypten) och Addis-Abeba. Genom anslutning till månens ljusstyrka har intensiteten i zenith angivits i stjärnmagnituder för varje halv grads soldepression i fyra olika spektralområden.

De sålunda erhållna värdena för zenith-ljusstyrkan under skymningen ha använts för en beräkning av atmosfärens täthet. Denna beräkning återfinnes i avhandlingens tredje och sista del.

Om man utgår från att skymningsljuset helt består av solljus, som sprides av luftens molekyler enligt Rayleighs lag, är det lätt att uppställa en integralekvation, som ger sambandet mellan dess intensitet och atmosfärens täthet. Det är emellertid omöjligt att framställa denna ekvations lösning i sluten form, och även approximativa lösningar äro förbundna med avsevärda olägenheter. Därför har förf. valt att införa begreppet »jordskuggans effektiva höjd» (*He*), som definieras av ekvationen

$$\int_0^{He} p^{F(h)} \varrho \, dh = \int_{He}^{\infty} (1 - p^{F(h)}) \varrho \, dh,$$

där p är atmosfärens transmissionskoefficient, $F(h)$ är Bemporads funktion och ϱ är atmosfärens täthet på höjden h. Sedan He numeriskt beräknats för varje halv grads soldepression, erhålles atmosfärens täthet ur de observerade zenithintensiteterna.

De beräknade värdena överensstämma nöjaktigt med de resultat, som erhållits ur meteorobservationer. De visa att det gamla antagandet om konstant temperatur och oförändrad sammansättning inom den övre atmosfären svårligen kan överensstämma med verkligheten. Om atmosfärens sammansättning antages vara oberoende av höjden — ett antagande, som stödes av norrskensobservationer — erhålles ur de beräknade täthetsvärdena en temperatur av ca 1200° K på 250 km höjd. Detta värde är identiskt med den temperatur som beräknats ur joniseringens variationer i F-skiktet.

Insänd litteratur.

B. Rossi—H. H. Staub, *Ionization Chambers and Counters.* Experimental Techniques, McGraw-Hill Book Co, New York, Toronto, London 1949, Pp. 243, $ 2.25.

Merit Scott, *Mechanics,* Statics and Dynamics, McGraw-Hill 1949, Pp. 394, $ 4.50.

H. M. Burlage, J. B. Burt m. fl., *Fundamental Principles and Processes of Pharmacy,* McGraw-Hill 1949, Pp. 651, $ 5,00.

— — *Laboratory Manual for Principles and Processes of Pharmacy,* McGraw-Hill, 1949, Pp. 271, 24 s. net.

G. W. Wheland, *Advanced Organic Chemistry.* Sec. Ed. J. Wiley & Sons, New York, Chapman & Hall, London 1949, Pp. 799, $ 8.00.

H. J. Lucas—D. Pressman, *Principles and Practice in Organic Chemistry,* J. Wiley & Sons, 1949, Pp. 557, $ 6.00.

A. C. Merrington, *Viscometry,* Edw. Arnold, London 1949, Pp. 142, 16 s. net.

E. Kasner—J. Newman, *Mathematics and the Imagination,* Bell & Sons, London 1949, Pp. 381, 15 s. net.

M. Davies, *The Physical Principles of Gas Liquefaction and Low Temperature Rectification,* Longmans, Green & Co, London 1949, Pp. 205, 25 s. net.

G. W. Scott Blair, *A Survey of General and Applied Rheology,* 2nd Ed., Pitman & Sons, London 1949, Pp. 314, 40 s. net.

O. C. De Beauregard, *La théorie de la relativité restreinte,* Masson & Cie, Paris 1949, 173 p., 800 fr.

A. Delachet, *L'analyse mathématique.* Collection Que sais-je? Presse universitaire de France 1949, 118 p.

H. Cramér, *Sannolikhetskalkylen och några av dess användningar,* Almqvist o. Wiksells akademiska handböcker, Uppsala 1949, 255 s., kr. 23: —.

H. Faxén, *Dynamik,* Del II, häfte 1, Seelig & Co., Stockholm 1949, 96 s., kr. 6: —.

Ingenjörshandboken III, *Elektroteknik,* Nordisk Rotogravyr, Stockholm 1949, 925 s., kr. 48: —.

Martin Sjöström, *Fysikuppgifter i studentexamen.* Almqvist o. Wiksells skolböcker, H. Geber, Stockholm 1949, 155 s., kr 3: —.

Moll—Rudberg, *Fysik,* förkortad uppl. I. Allmän fysik o. mekanik, 8:e uppl., 60 s., kr. 1: 45. II. Värmelära, 10:e uppl., 74 s., kr. 1: 95, Sv. Bokförlaget, Stockholm 1949.

Statens naturvetenskapliga forskningsråd, Andra årsredogörelsen 1947/48, Stockholm 1949, 131 s.

Recensenter i decemberhäftet 1949: professor H. Bergström, Göteborg; fil. lic. G. Blom, Stockholm; byrådirektör S. Comét, Stockholm; professor O. H. Faxén, Stockholm; docent U. Hellsten, Stockholm; lektor T. Jönsson, Stockholm; fil. lic. G. Lindstedt, Stockholm; lektor O. Lundquist, Lund; lektor E. Nordefeldt, Stockholm; lektor H. Olsson, Örebro; professor Å. Pleijel, Stockholm; rektor O. Sjöstrand, Göteborg; professor J. Tandberg, Stockholm; läroverksadjunkt E. Wetterwik, Stockholm.

Problemavdelning.[1]

Matematiska uppgifter.

1664) *En rörlig tangent till en parabel bildar vinkeln α med parabelns axel. Genom tangeringspunkten drages en korda, så att vinkeln mellan tangenten och kordan räknad i positiv led är konstant $= \beta$. Visa, att kordan är minst, när $3 \sin(2\alpha + \beta) = \sin \beta$.*
R. Ingre.

1665) *Sidorna i en sexhörning, inskriven i en cirkel, äro i ordning a, b, c, d, e och f samt huvuddiagonalerna genom skärningspunkten mellan b och c, c och d, d och e resp. g, h och i. Vilken lineär relation i g, h och i råder mellan dessa storheter? Härled tredjegradsekvationens lösning genom att betrakta fallet $a = c = e$, $b = d = f$.* *N. J.*

1666) *Att inskriva en kvadrat i en kubisk parabel.* *N. J.*

Enklare matematiska uppgifter.[2]

1667) I vilket förhållande delar punkten E sidan AB i kvadraten $ABCD$, om linjerna DE och AF, där F ligger på BC och $BF = BE$, skära varandra mitt emellan sidorna BC och AD?

Svar: Enl. gyllene snittet.

1668) En sträcka M_1M_2 har mittpunkten M. Åt samma håll uppritas likformiga trianglar MM_1P_1 och MM_2P_2, så att $\angle MM_1P_1 = \angle MM_2P_2 = A$, $\angle M_1MP_1 = \angle MP_2M_2 = B$ och $\angle MP_1M_1 = \angle M_2MP_2 = C$. Förena P_1 med P_2. Visa, att $\angle MP_1P_2 = C$ och $\angle MP_2P_1 = B$. (Jfr marshäftet 1949 sid. 32.)

1669) I triangeln ABC drages höjden CD och en linje från C genom den omskrivna cirkelns centrum till E på AB. Visa, att $AD \cdot AE : BD \cdot BE = AC^2 : BC^2$.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. Bågman, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

[2] Uppg. 1667 är insänd av *N. J.*, 1668, av *Gösta Danielsson*, 1669—1670, 1676 av *R. Ingre*, 1671, 1674—1675 av *I. Gunsjö*, 1672, 1677—1678 av *A.-S. Löfquist*, 1673 av *J. Eriksson*.

1670) I en triangel dragas från samma hörn höjden h, bisektrisen b och en linje l till motstående sida genom den omskrivna cirkelns centrum. Visa, att $b^2l + b^2h = 2h^2l$.

1671) I en rätvinklig triangel äro I och O medelpunkterna för de in- och omskrivna cirklarna. Tyngdpunkten är T. Ytan av triangeln IOT är $^1/_{36}$ av den givna triangelns yta. Bestäm dennas vinklar.

Svar: 61,14°; 28,86° och 90°.

1672) Två raka cirkulära koner ha gemensam basyta med radien R och äro vända åt samma håll. Toppvinklarna äro 90° och 60°. Ett regelbundet tresidigt prisma har ena basytans hörn på den ena konens mantel och den andra basytans hörn på den andra konens mantel. Prismats sidokanter äro parallella med konernas axel. Beräkna prismats maximivolym.

Svar: $(3 - \sqrt{3})R^3 : 9$.

1673) En lastboms ena ändpunkt är rörlig kring en punkt A på den horisontella marken. Ett rep, som utgår från dess andra ändpunkt B, är i C fastgjort vid ett vertikalt träd, 4 m ovan marken. Horisontella avståndet AD från A till trädet är 2 m; $AB = BC = 6$ m. Då bommen svänger, ändras B:s avstånd till marken. Sök detta, då det är som störst, dvs. då fig. $ABCD$ är plan, samt den vinkel bommens projektion på marken skall vrida sig, för att B:s höjd må bli 3 m.

Svar: $(10 + \sqrt{155}) : 5 = 4{,}49$ m; 78,9°.

1674) En parabels axel och vertextangent tangera en given cirkel. Parabeln går genom cirkelns centrum. Sök orten för parabelns fokus.

Svar: Om cirkelns ekv. är $x^2 + y^2 = r^2$, blir orten $16(x^2 + y^2) = 25r^2$.

1675) Kurvorna $y^2 - 4ay + 4ax = 8a^2$ och $x^2 - 4ax - 8ay = -4a^2$ ha linjen $x + y = 2$ som gemensam korda. Beräkna konstanten a.

Svar: 1.

1676) Parabelns $y^2 = 2px$ tangenter från punkten T bilda lutningsvinklarna α och β med parabelns axel. Normalerna i tangeringspunkterna råkas i N, och tangentkordans lutningsvinkel är γ. Visa, att $p : TN = \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$.

1677) Två parabler, som äro vända åt var sitt håll, ha båda y-axeln till styrlinje. Brännpunkterna äro belägna på cirkeln $4x^2 + 4y^2 = 289$. Bestäm parablernas ekvationer, om $y = 4x$ är en gemensam tangent till dem.

Svar: $(y - 7{,}5)^2 = 8(x - 2)$; $(y + 7{,}5)^2 = -8(x + 2)$.

1678) Till kurvan $y = x^3 - 3x^2 + 1$ dragas de båda tangenter, som äro parallella med linjen $9x - y + 15 = 0$. Tangenterna, x-axeln och sammanbindningslinjen mellan tangeringspunkterna bilda två trianglar. Beräkna förhållandet mellan ytorna av dessa.

Svar: 1 : 9.

Lösn. till uppg. 1634—1636.

1634) *En rätvinklig triangel har den räta vinkelns spets i origo, de andra hörnen på kurvan* $y^2(1 - 3x) = x^3 - x^2$. *Visa, att orten för höjdens fotpunkt på hypotenusan är en cirkel.* *X.*

Kurvans ekv. är $(x^2 + y^2) \cdot 1 - 3xy^2 - x^3 = 0$, och hypotenusans ekv. antages vara $ux + vy = 1$. Den *homogena* ekv. $(x^2 + y^2)(ux + vy) - -3xy^2 - x^3 \equiv vy^3 + (u - 3)xy^2 + vx^2y + (u - 1)x^3 = 0$ (1) betyder då tre linjer, som gå genom origo och hypotenusans tre skärningspunkter med kurvan, dvs. kateterna och en tredje linje. Ha dessa vinkelkoeff. k_1, k_2 och k_3 resp., är, till följd av att $k_1k_2 = -1$ och $k_1k_2k_3 = -(u - 1) : v$, den sistnämnda linjens ekv. $y : x = (u - 1) : v$, där $u \neq 1$. Insättning i (1) ger villkoret $u^2 + v^2 - 3u + 2 = 0$ (2). Är nu fotpunkten $(x_1; y_1)$, blir $u = x_1 : (x_1^2 + y_1^2)$ och $v = y_1 : (x_1^2 + y_1^2)$; genom insättning härav i (2) fås efter slopandet av indices den sökta orten $2(x^2 + y^2) - -3x + 1 = 0$. *X.*

1635) *Alla klot, som gå genom tyngdpunkten i en tetraeder och tre av hörnen, ha samma potens i det fjärde.* *X.*

I tetraedern $ABCD$ är E tyngdpunkten, så att planet CDE halverar sträckan AB i F; AB skär förlängd sfären $BCDE$ i B och G och sfären $ACDE$ i A och H. Linjen EF skär förlängd cirkeln CDE i E och I. Då är $AF = FB$, $AF \cdot HF = FE \cdot FI = FB \cdot FG$. Alltså är $FG = HF$, $AG = HB$ och $AB \cdot AG = BA \cdot BH$, varmed satsen är bevisad. Den kan uppfattas som ett specialfall av uppg. 136 i F. Carlson, Rymdgeometri. *N. J.*

1636) *Om sidorna i en plan eller skev fyrhörning äro* a, b, c *och* d *samt »diagonalerna»* e *och* f, *så är* $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \geq e^2 + f^2$. *När råder likhet?* *N. J.*

Om $ABCD$ är fyrhörningen med $AB = a$, $BC = b$, $CD = c$, $DA = d$, $AC = e$, $BD = f$, M och N mittpunkterna av AC och BD resp., ger mediansatsen $a^2 + b^2 = e^2 : 2 + 2\overline{BM}^2$ och $c^2 + d^2 = = c^2 : 2 + 2\overline{DM}^2$, varav genom addition $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = e^2 + + 2(\overline{BM}^2 + \overline{DM}^2) = e^2 + 2(f^2 : 2 + 2\overline{MN}^2)$ eller $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - -(e^2 + f^2) = 4\overline{MN}^2$, som bevisar påståendet och reserverar likhetstecknet för parallellogrammer. *X.*

Uppg. 1634—36 lösta även av *I. Gunsjö*, 1634 även av *W. Schock.*

Studentexamen och fyllnadsprövning efter studentexamen.

November 1949.

Matematiska uppgifter för latinlinjen.

1. Summan av en oändlig geometrisk serie är 0,6. Summan av de inverterade värdena av de båda första termerna är $-0{,}5$. Beräkna summan av den oändliga serie, vars termer utgöra kvadraterna på den förra seriens termer.
2. I triangeln ABC är $AB = 1{,}4$ dm, $BC = 3$ dm och $CA = 4$ dm. Diametern BD drages i den kring triangeln omskrivna cirkeln. Beräkna förhållandet mellan omkretsen av denna cirkel och omkretsen av den cirkel, som kan inskrivas i triangeln ACD.
3. Tre stolpar A, B och C äro i nämnd ordning placerade i rät linje. Avståndet mellan A och B är 150 m. Från en punkt belägen 120 m från B, synas sträckorna AB och BC under synvinklarna $37{,}4°$ respektive $92{,}4°$. Beräkna avståndet mellan B och C.
4. I en cirkel med medelpunkten O och radien r inpassas en korda AB, vars längd är $^4/_3$ av den i cirkeln inskrivna kvadratens sida. Tangenterna till cirkeln i A och B råkas i T. Sammanbindningslinjen OT skär cirkeln i P och AB i Q. Beräkna längderna av TP och PQ, uttryckta i r.
5. Hur långa äro diagonalerna i en regelbunden 7-hörning, vars yta är 700 dm²?
6. Lös ekvationssystemet

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1;\quad x^2+y^2+xy=1{,}71.$$

7. Ett vattentorn ligger på en höjd. Man ville bestämma, hur högt tornets spets A ligger över horisontalplanet genom en punkt C nedanför höjden. Man placerade för den skull i C ett vinkelmätningsinstrument (teodolit) och uppmätte vinkeln ACB, där B är skärningspunkten mellan lodlinjen genom A och horisontalplanet genom C. Vinkeln befanns vara $15{,}3°$. För att därefter bestämma längden av sträckan BC måste man företaga en särskild mätning. Man utstakade i horisontalplanet genom C en rät linje CD, vars längd var 100 m. Vinkelinstrumentet var sådant, att vinklarna BCD och BDC kunde bestämmas. De voro $45{,}5°$ respektive $100{,}55°$. Beräkna avståndet AB.
8. I ett rätvinkligt koordinatsystem är triangeln ABC så placerad, att sidan AC faller utefter x-axeln och sidorna AB och BC

utefter de räta linjerna $y = x + 6$ respektive $y = 6 - x$. Från en punkt P på sidan BC dragas räta linjer parallellt med x- och y-axlarna. Dessa linjer begränsa tillsammans med linjerna AB och AC en fyrhörning. Uttryck dennas yta som funktion av x-koordinaten för punkten P. Undersök grafiskt i ett särskilt koordinatsystem, hur denna funktion varierar, när P genomlöper sidan BC, och bestäm särskilt, med hjälp av diagrammet eller på annat sätt, koordinaterna för P, när fyrhörningens yta antar sitt största värde.

Resultat: **1.** 1,8. **2.** 25:12. **3.** 333 m. **4.** $TP = 2r$, $PQ = {}^2/_3 r$. **5.** 25,0 och 31,2 dm (uppg. 6, h.t. 1917). **6.** $x_1 = 0{,}6$, $y_1 = -1{,}5$; $x_2 = -1{,}5$, $y_2 = 0{,}6$. **7.** 48,2 m. **8.** ytan $= 1{,}5(12 + 4x - x^2) = 1{,}5[16 - (x-2)^2]$; ytan är störst, då P ligger i (2; 4).

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Allmän kurs.

1. Hörnen i en triangel äro belägna i punkterna A (2; 0), B (−4; 3) och C (4; 9). En med sidan BC parallell transversal har en längd inom triangeln av 6 längdenheter. Sök transversalens ekvation.
2. Summan av en konvergent oändlig geometrisk serie är 4. En annan dylik serie bildas av var fjärde term i den förra serien från och med den tredje termen. Den nya seriens summa är 1. Bestäm den ursprungliga seriens kvot och första term.
3. I en regelbunden tresidig pyramid är höjden mot basytan 2 cm och höjden mot en sidoyta 3 cm. Beräkna radien i den i pyramiden inskrivna sfären och vinkeln mellan de nämnda höjderna.
4. Lös ekvationen
$$\frac{1}{\cos(60° + x)} - \frac{1}{\cos(60° - x)} = \sqrt{6}.$$
5. I en triangel är en vinkel 40° och den motstående sidan aritmetiskt medium till de båda övriga sidorna. Bestäm triangelns övriga vinklar.
6. Spetsen i en rät cirkulär kon med konstant sida tages till medelpunkt för en sfär, som tangerar konens basyta. När konens höjd varierar, antar volymen av den inom konen belägna delen av sfären olika värden. Hur stor är konens toppvinkel, när den nämnda volymen antar sitt största värde?
7. I den likbenta triangeln ABC ha de lika stora sidorna AB och AC en given längd, medan basen BC varierar. Den i triangeln inskrivna cirkeln tangerar sidan AB i punkten T. När basen BC har en viss längd, uppnår sträckan CT ett maximivärde. Hur stor del av CT ligger då utom cirkeln?

8. O är origo i ett rätvinkligt koordinatsystem, A en punkt på x-axeln och B en punkt på y-axelns positiva del. Avståndet mellan A och B är 20 längdenheter. Sträckan AB eller dess förlängning skär den räta linjen $x = 7$ i punkten C. Ytan av triangeln OAC utgör en funktion av x-koordinaten för A. Undersök denna funktion, då A antar de olika lägen på positiva och negativa x-axeln, som äro möjliga. Bestäm särskilt triangelytans maximi- och minimivärden samt det gränsvärde den antar, då A närmar sig origo. Åskådliggör slutligen med ett särskilt diagram, hur triangelytan varierar.

Resultat: **1.** $3x - 4y + 12 = 0$. **2.** Kvot $= 1 - \sqrt{2}$, första term $= 4\sqrt{2}$. **3.** $r = {}^2/_3$ cm, 60°. Relationen $2B = 3S = r(B + 3S)$, där B och S äro resp. botten- o. sidoytor, ger omedelbart r. Fäll sedan en normal från medelp. mot en sidoyta. **4.** 15°, 165°, 255°, 285°, alla med perioden 360°. **5.** 23,16° och 116,84°. Av $a = 2R \sin A$ erhålles $2 \sin 40° = \sin B + \sin C$, varur $(B - C) : 2$ beräknas. Eller: Om $A = 40°$, sätt $BC = 1$ och drag ut BA till D så, att $AD = AC$; då är $BD = 2$. Beräkna sedan vinkeln BCD med sin. teor. **6.** 82,82°. **7.** ${}^3/_5$. **8.** För $-20 \leqq x \leqq 7$ (där x är A:s x-koord.) är $2T = (7 - x)\sqrt{400 - x^2}$, som har max. $= 195\sqrt{39} : 8$ för $x = -12{,}5$. För $7 \leqq x \leqq 20$ är $2T = (x - 7)\sqrt{400 - x^2}$, som har max. $= 54$ för $x = 16$. Minsta T-värde $= 0$ för $x = \pm 20$ och $x = 7$. Gränsvärdet för T är 70, då $x \to 0$.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Specialkurs.

1. Kurvan $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ har en inflexionspunkt i punkten $(-1; 3)$ och går genom punkten $(1; 5)$. Bestäm konstanterna a, b och c, och upprita kurvan med angivande av eventuella maximi- och minimipunkter.
2. Normalen i ena ändpunkten av en parameter i en ellips går genom den mindre axelns ena ändpunkt. I vilket förhållande delas normalens inom ellipsen belägna del av den större axeln?
3. Bevisa, att skärningspunkten mellan två tangenter till en parabel ligger på förlängningen av den diameter, som halverar kordan mellan tangeringspunkterna.
4. Bestäm maxima och min. av funktionen $y = \cos 2x - 2 \sin x - 1$. Konstruktion av motsvarande kurva i stora drag erfordras icke men betraktas som en förtjänst.
5. I ett rätvinkligt koordinatsystem äro de räta linjerna $y = x$ och $y = -x$ samt punkten P $(a; 0)$ givna. En rät linje genom P

skär de båda givna linjerna, och normaler dragas till dessa i skärningspunkterna. Sök och konstruera orten för skärningspunkten mellan dessa normaler, när linjen vrider sig kring P.

6. Vid s. k. stereografisk kartprojektion betraktas jorden som en sfär med längdenheten som radie. Genom nordpolen N lägges tangentplanet till sfären. En punkt A på sfären avbildas i en punkt B i tangentplanet, genom att A sammanbindes med sydpolen och sammanbindningslinjen utdrages, tills den skär tangentplanet i punkten B. — Punkten A antages ha konstant longitud med variabel latitud, x radianer. Skillnaden mellan sträckan NB och meridianbågen NA utgör en funktion av x. Undersök denna funktion för $-\frac{1}{3}\pi \leqq x \leqq \frac{1}{3}\pi$, varvid negativt x-värde betyder sydlig latitud, och åskådliggör densamma grafiskt.

7. Undersök kurvan $y = ax - \frac{1+a^2}{16}x^2$, där a är en reell konstant. Bestäm eventuella maximi- och minimipunkter samt skärningspunkter med axlarna. När a antar alla möjliga reella värden, skär kurvan x-axeln inom ett visst område. Bestäm detta. Ange också ekvationerna för de kurvor, som motsvara det nämnda områdets gränspunkter, och upprita dessa kurvor.

Resultat: 1. $a = 3$, $b = 0$, $c = 1$; max. i $(-2; 5)$, min. i $(0; 1)$. 2. $(\sqrt{5}-1):2$. 4. $y_{max} = 0{,}5$ för $x = 7\pi:6 + 2n\pi$ och $x = 11\pi:6 + 2n\pi$; $y_{min} = -4$ för $x = \pi:2 + 2n\pi$ och $y_{min} = 0$ för $x = 3\pi:2 + 2n\pi$. 5. Liksidiga hyperbeln $(x-a)^2 - y^2 = a^2$. 6. Den sökta funktionen $= 2\,\mathrm{tg}\,(\pi:4 - x:2) + x - \pi:2$ avtar monotont inom intervallet $(-\pi:3 \leqq x \leqq \pi:2)$ från $2\,\mathrm{tg}\,75° - 5\pi:6$ ($\approx 4{,}85$) till 0. 7. Skärning med axlarna i $(0; 0)$ och $[16a:(1+a^2); 0]$; max. i $[8a:(1+a^2); 4a^2:(1+a^2)]$; området ifråga är $-8 \leqq x \leqq 8$. Ekv., som motsvara gränspunkterna, äro $y = \pm x - x^2:8$.

Uppgifter i fysik.

Obs. Lösningarna till uppgifterna 1—3 samt 5—8 böra åtföljas av enkla figurer.

1. En boll kastas horisontellt med hastigheten 3 m/sek från en punkt, belägen 2 m över ett horisontellt, glatt plan. När den studsar mot planet, omkastas den vertikala hastighetskomposanten, och dess belopp minskar med 10 %; den horisontella hastighetskomposanten förblir oförändrad. Hur långt från bollens första nedslag sker det andra nedslaget? Den tid, under vilken bollen är i kontakt med planet, kan antagas vara försvinnande liten.

2. Ett relativt tunt, rektangulärt och jämntjockt lock (med vikten P) är vridbart kring ett gångjärn, som symmetriskt anbragts vid mitten av lockets ena kortsida. Gångjärnets axel är horisontell och parallell med kortsidan; gångjärnets hylsa är fästad vid locket, dess tapp vid ett fast underlag. Locket täcker en horisontell öppning och skall kunna från horisontalläget ställas i vissa lutningar i förhållande till horisontalplanet; lutningsvinkeln α skall hålla sig under 90°. Locket höjes förmedelst tvenne stöd, vilka symmetriskt anbragts mot lockets undersida. Stöden skola trycka mot locket i två punkter, belägna på en rät linje, som är parallell med gångjärnets vridningsaxel. Stödtrycken skola vara lika stora och riktade vinkelrätt mot lockets yta. Slutligen skall »understödslinjen» vara belägen mellan lockets tyngdpunkt och vridningsaxeln samt på ett sådant avstånd z från axeln, att inga påfrestningar på gångjärnet förekomma i vertikal led. Lockets tyngdpunkt befinner sig på avståndet l från gångjärnets axel. Angiv, hur avståndet z och den horisontella påfrestningen K på gångjärnet bero av lutningsvinkeln. Angiv dessutom gränsvärdet för lutningsvinkeln α, om påfrestningen K icke får överstiga lockets egen tyngd.
3. En pendel består av en liten kula, som är upphängd i en otänjbar tråd, vars vikt kan försummas. Lodrätt under upphängningspunkten finnes en smal, horisontell dubb på ett avstånd från upphängningspunkten, som är $^4/_5$ av trådens längd. Kulan hålles först stilla i det läge, där den sträckta tråden bildar vinkeln α med lodlinjen, och släppes därefter. Tråden uppfångas därvid av dubben, och kulan rör sig i en vertikal cirkelbåge kring dubben. Hur stor måste vinkeln α minst vara, för att kulan skall beskriva en hel vertikal cirkel kring dubben? Dubbens längdriktning är vinkelrät mot pendelns svängningsplan.
4. En varmvattenberedare ger i jämn ström per minut 2,4 l vatten, som uppvärmts 60° i beredaren. Uppvärmningen sker på elektrisk väg, och man har funnit, att vid kontinuerlig drift 1 kWh förbrukas på 5,1 min. Hur stor är beredarens verkningsgrad?
5. Av ett föremål ger en samlingslins i visst läge en reell bild, vars yta är 4 gånger så stor som föremålets. Placeras därefter föremålet 20 mm längre bort från linsen, förflyttas den reella bilden 60 mm närmare densamma. Beräkna brännvidden.
6. En bikonvex glaslins, vars buktiga ytors radier äro lika stora, ligger på en plan, horisontell metallspegel. Högt över linsen och på dess optiska huvudaxel är en liten glödlampa placerad.

Om man för en smal, halvgenomskinlig pappersremsa längs huvudaxeln, erhåller man en skarp bild av lystråden på papperet vid ett uppmätt avstånd från linsen av 9,4 cm. Gjutes därefter en ringa mängd jodbensol (en färglös vätska) på spegeln, så att mellanrummet mellan linsen och spegeln i beröringspunktens närmaste omgivning fylles av vätskan, uppfångas på remsan en skarp bild 26,3 cm från linsen. Beräkna vätskans brytningsexponent, om glasets är 1,50. Linsen får betraktas som tunn och lampans avstånd från densamma som oändligt stort.

7. Två parallellkopplade element ha ursprungligen samma elektromotoriska kraft, 1,4 V, och samma inre motstånd, 0,2 Ω. Batteriet slutes genom en yttre ledning på 1,2 Ω. På grund av inre förändringar hos det ena elementet sjunker så småningom dess elektromotoriska kraft. Till vilket värde får den sjunka, innan elementet ifråga upphör att bidraga till strömstyrkan i den yttre ledningen?
8. För att mäta strömstyrkan (I) i en starkströmsledning har man i ledningen inkopplat ett vattenkylt precisionsmotstånd BC på 0,1 Ω. Man har vidare anordnat en särskild, sluten strömkrets, i vilken strömstyrkan kan regleras. I denna krets (»svagströmskretsen») ingå ett ackumulatorbatteri, ett fast motstånd DE, en amperemeter och ett reglerbart motstånd, allt inkopplat i serie. Punkterna B och D äro förbundna medelst en ledning, innehållande en galvanometer. Från punkten C utgår en annan ledning, vars fria ända F kan bringas i kontakt med någon punkt på DE. I allmänhet gör då galvanometern ett utslag, men detta kan vid rätt inkoppling av ackumulatorbatteriet fås att försvinna genom lämplig justering av svagströmskretsens reglerbara motstånd och av den fria ändans (F) läge. Vid ett tillfälle hade man efter nämnda justering funnit, att galvanometern blev strömlös, när amperemetern visade 0,100 A och F samtidigt var förenad med en punkt på motståndet DE, så belägen, att motståndet hos DF var 80,5 Ω. Beräkna strömstyrkan I i starkströmsledningen (likström).

Resultat: **1.** 3,45 m. **2.** $z = l \cdot \cos^2\alpha$, $K = P \cdot \operatorname{tg}\alpha$, $\alpha \leqq 45°$. **3.** 60°. **4.** 85 %. **5.** 120 mm. **6** 1,64 (linsens brännvidd är $2 \cdot 9{,}4$ cm osv.). **7.** 1,2 V (= polspänningen för det konstanta elementet, då det ensamt ger ström till ytterledningen). **8.** 80,5 A.

Realexamen H. T. 1949.

Provräkning.

Obs. Införda beteckningar böra förklaras och uppställda ekvationer motiveras. Resonemang, lösning av ekvationer och genomförande av uträkningar böra icke vara så knapphändiga, att de bli svåra att följa. Geometriska uppgifter böra åtföljas av figurer, ritade med blyerts med hjälp av passare och linjal.

1. En person skulle den 15 maj inbetala 10 000 kr till en bank. Som likvid lämnade han dels 20 st 3 % obligationer på nominellt 500 kr vardera (räntedagar 15 januari och 15 juli) till 96 % kurs, dels ett kontant belopp. Hur stort var detta?
2. En cyklist startade kl. 9.42 från en ort A i riktning mot en annan ort B på 57 km avstånd. Femton minuter senare startade en motorcyklist från B mot A. Motorcyklistens hastighet var 4 gånger så stor som cyklistens. De möttes kl. 10.32. Hur stora voro deras hastigheter?
3. Vid en undersökning av arbetsförhållandena i en verkstad fann man, att arbetare med viss sysselsättning dagligen använde i genomsnitt 115 min för hämtning och inlämning av verktyg, uppsättning av arbetsstycken m. m., alltså till icke produktivt arbete. Genom att förbättra organisationen kunde man minska ovan nämnda tid med 40 % och alltså öka den effektiva arbetstiden med tidsvinsten. Med hur många procent ökades härigenom dessa arbetares produktion, om arbetsförhållandena i övrigt voro oförändrade? 1 arbetsvecka = 6 dagar = 48 timmar.
4. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 5(x+1{,}6) - 3(2{,}2 - y) = 4; \\ (3x - 0{,}2)^2 - (2y + 0{,}6)^2 - (3x + 2y + 0{,}4)(3x - 2y + 0{,}2) + 2 = 0. \end{cases}$$
5. En engelsk affärsman importerade varor från Sverige. Fakturapriset uppgick till 75 % av inköpspriset; övriga inköpskostnader utgjordes av tull- och fraktavgifter. Vid ett tillfälle sänktes noteringen i Sverige på engelska pundet från 16,82 kr till 14,50 kr. Ehuru fakturapriset hos den svenske säljaren var oförändrat, ökades härigenom fakturapriset för den engelske köparen. Avgifterna för tull och frakt berördes ej av kursändringen. Med hur många procent ökades inköpspriset på de från Sverige importerade varorna?
6. I en parallellogram äro diagonalerna 6 cm respektive 4 cm. De bilda 60° vinkel. Beräkna parallellogrammens sidor och yta.
7. En cirkelrund plåtskiva med 6 dm diameter delas i två sektorer, av vilka den större har dubbelt så stor medelpunktsvinkel som

den mindre. Vardera sektorn hopböjes till en kon. Beräkna förhållandet mellan de båda konernas volymer.

8. Vid ett kraftverk uppsamlas vattnet från en å i en damm, där vattnets yta har formen av ett parallelltrapets. De parallella sidorna i trapetset äro 8,4 m och 33,4 m samt de övriga sidorna vardera 32,5 m. Vattnet driver en turbin, som vid gång förbrukar 150 l vatten per sek. En sommar var vattentillgången i ån mindre god. När turbinen var i gång och något annat utflöde från dammen icke ägde rum, befanns vattenståndet efter 4 timmar regelbundet ha sjunkit 50 cm. Turbinen avstängdes därför varje natt någon tid före kl. 6 på morgonen, emedan man önskade att till detta klockslag återställa den vattenmängd, varmed dammens innehåll hade minskats sedan kl. 6 föregående morgon. Beräkna den tid, som turbinen varje dygn behövde vara avstängd. Dammens sidoytor äro lodräta och dess djup överallt mer än 3 m.

Resultat: **1.** 300 kr. **2.** 18 och 72 km/tim. **3.** 12,6 %. **4.** $x = 0{,}4$; $y = 0{,}2$. **5.** 12 %. **6.** $\sqrt{7}$ cm, $\sqrt{19}$ cm, $6\sqrt{3}$ cm². **7.** $\sqrt{10}$. **8.** $3\,^1/_2$ tim. (3 tim. 29 min.).

Uppgifter i fysik för tekniska linjen.

Obs. Lösningarna till uppgifterna 2, 3, 4, 7 och 8 böra vara försedda med enkla figurer.

1. Vattnet i Döda havet har till följd av den höga salthalten stor täthet. I närheten av ytan kan tätheten antagas vara 1,17 g/cm³. Om en person, som väger 85 kg och som nätt och jämnt flyter i svenskt västkustvatten med tätheten 1,02 g/cm³, skulle göra ett försök att dyka i Döda havet, med vilken kraft skulle han föras upp till ytan?
2. En 3 m lång och 15 kg tung lastbom är med sin ena ända medelst ett gångjärn fästad vid en lodrät mast. Bommen hålles i vågrätt läge genom en lina, som från dess andra ända går upp till en punkt på masten, så belägen, att vinkeln mellan linan och masten är 30°. Beräkna spänningen i linan. Bommens tyngdpunkt sammanfaller med dess mittpunkt.
3. Två lika beskaffade träklossar, vardera med vikten 0,5 kg, äro förenade med ett långt snöre. Den ena klossen ligger på ett bord och fasthålles vid försökets början. Snöret löper först horisontellt och parallellt med bordet och därefter över en lättrörlig trissa vid en bordskant. Den sista biten av snöret hänger rakt ned och uppbär den andra klossen, så att dess undersida befinner sig 49 cm över golvet. Då man släpper den på bordet liggande klossen, komma båda klossarna i rörelse. Hur lång tid

tar det för den hängande klossen att nå golvet? Friktionskoefficienten mellan kloss och bord är 0,2. Tyngdkraftens acceleration = 9,8 m/sek². Den övre klossen rör sig hela tiden på bordet.

4. En lärare använder för ett experiment en trehalsad flaska, som innehåller litet kvicksilver på botten och för övrigt endast luft av atmosfärstryck. Flaskan tillslutes medelst tre cylindriska korkar med diametern 24 mm. Den första korken tjänstgör som säkerhetsventil och är endast tämligen löst isatt. Genom den andra korken leder ett meterlångt glasrör, som doppar ned i kvicksilvret. I den tredje korken sitter en ventil från en cykelring. Försöket tillgår så, att en pojke får pumpa in luft i flaskan genom ventilen med hjälp av en vanlig cykelpump. När kvicksilvret i röret stigit 830 mm, flyger den första korken ur flaskan med en smäll. Med vilken kraft pressas korken ur flaskan? Kvicksilvers täthet är 13,6 g/cm³.
5. En tunnväggig glasballong står genom en liten öppning i förbindelse med den omgivande luften, vars temperatur är 17° C och tryck 750 mm kvicksilver. Öppningen tillsmältes därefter. Till vilken temperatur kan ballongen högst upphettas utan att sprängas, om den tål ett tryck av högst 0,90 at utöver det yttre trycket? Till glasballongens utvidgning vid uppvärmningen tages ingen hänsyn. 1 at = 1 kp/cm². Kvicksilvers täthet är 13,6 g/cm³, luftens värmeutvidgningskoefficient 1/273.
6. En elektrisk ugn, som användes för smältning av järn, förbrukar en effekt av 1000 kW, varav 90 % antagas komma järnet till godo. I ugnen införas 5000 kg järn, som måste upphettas 1500°, innan smältpunkten uppnås. Hur länge måste den elektriska strömmen minst vara sluten, för att järnet skall fullständigt smälta? Järnets specifika värme kan anses vara 0,11 kcal per kg och grad och dess smältvärme 66 kcal per kg. 1 W = = 0,24 cal/sek.
7. En elektrisk rakapparat, avsedd att användas vid en spänning av 120 V, innehåller en liten motor, som drar en effekt av 8 W, då spänningen mellan motorns klämskruvar är 120 V. Genom att i serie med motorn inkoppla ett motstånd kan man använda apparaten även för en spänning av 220 V. Storleken av detta motstånd avpassas så, att spänningen över motorn även i detta fall blir 120 V. Beräkna den totala effekt, som uttages från nätet, då apparaten användes vid den högre spänningen.
8. En person ville bestämma motstånden hos två spolar, R_1 och R_2, men hade ej tillgång till något annat mätinstrument än en amperemeter. Han förenade positiva polen av ett batteri, bestående av tre seriekopplade blyackumulatorer, vardera med

en elektromotorisk kraft av 2,00 V, med amperemeterns ena klämskruv. Mellan amperemeterns andra klämskruv och batteriets negativa pol parallellkopplade han två ledningar. Den ena av dem bestod av R_1 i serie med en strömbrytare S_1, den andra av R_2 i serie med en strömbrytare S_2. Då S_1 var sluten och S_2 öppen, visade amperemetern 0,80 A. Samma utslag erhölls, då S_2 var sluten och S_1 öppen. Då både S_1 och S_2 voro slutna, visade amperemetern 1,50 A. Beräkna spolarnas motstånd. Från kopplingstrådarnas och strömbrytarnas motstånd kan bortses.

Resultat: **1.** 12,5 kp. **2.** $15\sqrt{3} = 26{,}0$ kp. **3.** 0,5 sek. **4.** 5,11 kp. **5.** 273° C. **6.** 1 1/2 tim. (1 tim. 29 min.). **7.** 14 2/3 W. **8.** $R_1 = R_2 = 7\ \Omega$.

Beskrivande maskin- och byggnadslära.

1. En kort oarmerad betongpelare med kvadratisk genomskärning skall uppbära en belastning av 20 Mp. Betongen får belastas med 35 kp/cm². Pelaren skall vila på pinnmo med en tillåten tryckpåkänning av 10 kp/cm². a) Beräkna pelarens sida. b) Beräkna den kvadratiska bottenplattans sida. c) Skissera ett lämpligt utförande.
2. En cirkelsåg roterar med 1500 r/min och drives av en 5 hk motor med en rem, som går över en på sågklingans axel fastsatt remskiva med 200 mm diameter. Varje cm av remmens bredd kan överföra en periferikraft av 4 kp. Hur bred måste remmen minst vara?
3. Ett kugghjul har 150 st. kuggar med modulen 8 mm. På kuggarna verkar ett tryck av 300 kp. Den tillåtna vridspänningen på axeln är 400 kp/cm². Beräkna axeldiametern. Böjspänningarna i axeln kunna försummas.
4. En järnbalk INP 20 är fritt upplagd i båda ändar med en spännvidd av 4 m och på mitten belastad med en kraft F. Enligt givna bestämmelser får vid en sådan balk nedböjningen icke överstiga 1/400 av spännvidden. a) Hur stor får enligt denna regel kraften F vara? $E = 2\,150\,000$ kp/cm². b) Beräkna, om det går att belasta denna balk så mycket, då den tillåtna böjspänningen är 1200 kp/cm². Balkens egen vikt räknas ej.
5. Ett atlantfartyg har ett maskineri på 70 000 hk och tillryggalägger sträckan mellan Europa och Amerika på 5 1/2 dygn. Maskineriets verkningsgrad är 19 %. För eldningen användes olja med ett värmevärde av 9800 kcal/kg. Hur stort oljeförråd måste fartyget minst medföra för en resa fram och tillbaka?
6. En flänskoppling, som hopfogar två axlar, har 6 st. bultar med 16 mm diameter, placerade i en cirkel med 195 mm diameter.

Axeln överför 20 hk vid 120 r/min. Hur stor kan skjuvspänningen i bultarna bliva?

7. Vid ett provningslaboratorium för vattenturbiner har man en pump, som till en viss höjd uppfordrar vatten, vilket sedan får passera genom en provturbin med en fallhöjd lika med pumpens uppfordringshöjd. Vid ett tillfälle erhölls en verkningsgrad av 80 % för provturbinen, som då avgav 7,2 hk. Samtidigt var pumpens verkningsgrad 70 % och verkningsgraden på den elmotor, som drev pumpen, 87 %. Hur många kW skola tillföras till motorn?

8. Denna uppgift gäller en stuga, som är 7 m bred och 9,6 m. lång. Vinden skall icke inredas. a) Upprita schematiskt takstolarnas utseende. b) Gör en enkel detaljskiss över hur takfoten vid ett tegeltak med ca 30° lutning kan utföras jämte c) en kort skriftlig beskrivning av konstruktionen. d) Angiv lämpligt avstånd mellan takstolarna. e) Föreslå dimensioner på taksparrar och takbräder. (Beräkningar behöva ej göras.)

Resultat: 1. a) 24 cm; b) 15 cm. 2. 60 mm. 3. 62 mm. 4. a) 3450 kp; b) nej, endast med 2570 kp. 5. 6275 ton. 6. 102 kp/cm². 7. 10,9 kW.

Tidskrifter.

IVA, 1949: 4.

Ur innehållet: Resources of Phosphorus- and Potassium-containing Minerals in Sweden; Höganäs-Billesholms AB:s nya centrallaboratorium (en instruktiv beskrivning); Zur Kenntnis des Systems Schlacke-Ferrosulfid; Tjärbildningen vid porolys av olika svenska torvarter.

Tellus, Svenska Geofysiska Föreningen, Stockholm 1949: 2—3.

Ur innehållet: H. Norinder, On the Measurement and Nature of Atmospherics Produced by Electric Discharges in Snow Squalls etc.; R. Berggren m. fl., An Aerological Study of Zonal Motion; J. G. Charney-A. Eliassen, A Numerical Method for Predicting the Perturbation of the Middle Latitude Westerlies; K. G. Malmfors, Recordings of Cosmic Radiation; B. Gutenberg, Isostasy and its Meaning; H. Reuter, Zur Theorie des Wärmehaushaltes strahlungsdurchlässiger Medien; E. T. Eady, Long Waves and Cyclone Waves; G. W. Platzman, The Motion of Barotropic Disturbances in the Upper Troposphere; T. Bergeron, The Problem of Artificial Control of Rainfall on the Globe.

Nordisk Astronomisk Tidsskrift, København 1949: 3.

Ur innehållet: Aslaug Mikkelsen, Carolina Herschel; Kj. Gyldenkærne, En objektivprismemetode til måling af radialhastigheder; M. Pihl, Ole Rømer og John Flamsteed; R. S. Richardson, Enckes komet.

Fysisk Tidsskrift, København 1949: 1—2.

Ur innehållet: J. Ambrosen, Mesoner; N. Arley, Om teorier for jordens permanente magnetisme; T. Bjerge, Generalkonferencen for Maal og Vægt i Paris 1948. Danske Eksamensopgaver i Fysik: Studentereksamen 1943—1948, Forprøven til Skoleembedseksamen 1948, Civiling.eksamen 1948.

Naturens Verden, København 1949: 2—6.

Ur innehållet: T. V. Nissen, Kødædende Planter; Sophie Petersen, Paa reise i Ecuador; N. Haarlov, Afghanske reiseindtryk; H. Poulsen, Striden om biernes farvesans; A. Garboe, Fra krystal-optikens barndom; E. Hoeg, Jernet gennem tiderne; I. Lehmann, Den mikroseismiske uro og vejret.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1949: 2—3.

Ur innehållet: K. E. Aubert, Østein Ore 50 år; C. Størmer, Minner om Elling Holst; S. Halldén, On the decision-problem of Lewis' calculus S 5; M. Nyberg, Kulminerende og nesten-kulminerende kjedebrøker; K. L. Sundet, Vinkelens tredeling; V. Brun, Det tapte Abelmanuskript.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1949: 2.

Ur innehållet: J. Holtsmark, Christian Huygens; W. Romberg, Om utviklingen av relé- og elektroniska regnemaskiner; V. Bjerknes, Dynamikk og elektromagnetism; O. J. Lind, Handsaming av vekselstraum i skolen med hjelp av infinitisemalrekning.

Science Progress, London, October 1949.

Ur innehållet: The Science and Practice of Milking; Sun, Earth, and Ice Age; Spore Dispersal in Relation to Plant Disease and Health; Physico-Chemical Aspects of the Carbonisation of Coal; Phases in Phosphoros-Making. Recent Advances in Science: Astronomy, Physics, General and Physical Chemistry, Biochemistry etc. Notiser och bokanmälningar.

Discovery, London 1949: Sept., Oct., November.

Ur innehållet: Utilising the Seaweed Harvest; The Romance of Wheat; District Heating; Rickets Still Undefeated; Powder Metallurgy; The Potato in History; The Schmidt Camera; Death to the Clothes Moth; British Association at Newcastle; Britain's Productive Efficiency; The Story of Alum; The Russian Stereoscopic Cinema. Notiser och bokanmälningar.

British Science News, Vol. 2, 23—24, 1949.

Ur innehållet: Dr. Ulic R. Evans; Prof. R. P. Linstead; Biologically Produced Corrosion Accelerators; The Electrodeposition of Metals; Animal Life in Subterranean Waters; Thixotropic Systems in Geology; The Swelling of Laminated Plastics; Timber Technology in Great Britain; The Living Cell in Division; Thermodynamic Aspects of Steelmaking. Notiser och bokanmälningar.

Trettioandra årgångens innehåll

1949.

Sid.

Adler, E. Reaktionsmekanismer vid bildning av högmolekylära föreningar, särskilt plaster 17, 203

Aler, B. och Westöö, R. Scintillationsräknare I 261

Alsterberg, G. Anm. av Mikroskopie, Zentralblatt für mikroskopische Forschung und Methodik 61

Axner, Y. Anm. av K. K. Darrow, Atomic Energy 50

Beckman, O. Anm. av F. O. Rice-E. Teller, The Structure of Matter 134

Benner, S. Anm. av K. A. Wingårdh, Röntgenstrålarna 220

Bergström, H. Anm. av T. Nagell, Lärobok i algebra (44), J. V. Uspensky, Theory of Equations (223), H. Hasse, Zahlentheorie (283).

Blom, G. Anm. av P. Lévy, Processus stochastiques et mouvement brownien (46), N. W. McLachlan, Modern Operational Calculus (47), J. Neyman, Proceedings of the Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability (214), A. Hald, Statistiske Metoder (285).

Borg, G. Anm. av F. Carlson, Rymdgeometri 212

Brogren, G. Investigations into X-Ray Absorption Spectra of Rare Gases (ref. av gradualavh.) 144

Brulin, O. On the Charged Meson Pair Theory of Nuclear Forces (ref. av gradualavh.) 293

Bruno, B. The Capture of Mesons (ref. av gradualavh.) 142

Bäth, M. An Investigation of the Uppsala Microseisms (ref. av gradualavh.) 228

Comét, S. Not om en kägelsnittssats 72

— Anm. av A. Lichnerowicz, Algèbre et analyse linéaires (46), N. Wiener, Cybernetics, or Control and Communication in the Animal and the Machine (215), D. E. Rutherford, Substitutional Analysis (281).

Danielsson, G. Ett bevis för Morleys teorem 31

Edqvist, T. Övertro och optik 39

Egmark, A. Schema för vägningskorrigering 125
Ehrnst, F. Anm. av C. E. Sjöstedt, Kurvor o. kurvkonstruktioner 48
Englund, B. Kemiska reaktionsformler III 122
— Anm. av H. Mathieu, Manuel d'analyse chimique qualitative et volumétrique (61), W. H. Hatcher, An Introduction to Chemical Science (138), P. Pascal, Chimie générale (224).
Faxén, O. H. Anm. av H. Beghin, Cours de mécanique 284
Flemberg, H. Anm. av F. Tyrén, Teknisk termodynamik 218
Friskopp, K.-G. Anm. av O. Oldenberg, Introduction to Atomic Physics 135
Fronæus, S. Komplexsystem hos koppar (ref. av gradualavh.) 64
Fröberg, C.-E. och Kjellberg, G. Siffermaskiner 81, 181
Fröberg, C.-E. Anm. av E. A. Milne, Vectorial Mechanics 213
Ganelius, T. Anm. av F. D. Murnaghan, Introduction to Applied Mathematics (132), H. W. Reddick, Differential Equations (211).
Grimsell, E. Redoxreaktioner och valens 9
Grundström, B. Anm. av Kärnfysik (52), A. G. Gaydon, Dissociation Energies and Spectra of Diatomic Molecules (54), A. W. Smith, The Elements of Physics (55), H. Howe, Introduction to Physics (56), T. Bjerge, Elektron- og Atomfysik (221).
Gustaver, B. Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Årsmötet i jan. 1949 41
Hellsten, U. Anm. av A. Denjoy, Leçons sur le calcul des coefficients d'une série trigonométrique 282
Hjalmars, S. On the General Formulation of Meson Pair Theory (ref. av gradualavh.) 227
Holmberg, B. On Some Problems of Neutron Scattering (ref. av gradualavh.) 65
Huldt, L. Eine spektroskopische Untersuchung des elektrischen Lichtbogens und der Azetylen-Luftflamme (ref. av gradualavh.) 63
Ingelman, B. Investigations on Dextran and its Application as a Plasma Substitute (ref. av gradualavh.) 230
Ingelstam, E. och Thulin, Å. Nyare konstruktioner inom spegeloptiken I 107
Ingelstam, E. Anm. av S. Tolansky, Multiple-Beam Interferometry of Surfaces and Films 51
Johansson, A. Röntgenografisk karakterisering av sulfidoättiksyror och merkaptaner (ref. av gradualavh.) 293
Jonson, I. och Stenström, L. Ozongasapparat 129
Juringius, N. Not om en kägelsnittssats 71
Jönsson, T. Anm. av J. Burchard, Q. E. D., M. I. T. in World War II (49), H. B. Lemon-M. Ference, Analytical Experi-

mental Physics (216), Electronics Engineers of the Westinghouse Electric Corp., Industrial Electronics Reference Book (288).
Kellström, G. Anm. av Kosmos, bd 26 53
Kjellberg, B. Anm. av R. Courant-H. Robbins, What is Mathematics? 132
Kjellberg, G. och Fröberg, C.-E. Siffermaskiner 81, 181
Knave, E. Effektiv strömstyrka 201
Lagerqvist, A. Om spektroskopisk litteratur 37
Lagerqvist, P.-A. Kurze Zusammenfassung von gravimetrischen Experimentaluntersuchungen (ref. av gradualavh.) 143
Lindstedt, G. Anm. av V. Grignard, Précis de chimie organique 289
Ljunggren, T. Contributions to the Theory of Diffraction of Electromagnetic Waves by Spherical Particles (ref. av gradualavh.) 141
Ljunghall, A. The Intensity of Twilight and its Connection with the Density of the Atmosphere (ref. av gradualavh.) 295
Lundgren, K. Kopplingstavlor m. m. vid läroverket i Solna 257
Lundquist, O. Anm. av A. Lundbak, Atomet og Universet 290
Lönnqvist, C. Världsrymdsraketproblemet III 33
Löwdin, P.-O. Anm. av L. Schiff, Quantum Mechanics (130), W. V. Houston, Principles of Mathematical Physics (131).
Magnusson, S. Division från höger 255
Melander, L. Anm. av P. Comparat m. fl. Uranium 235 et Plutonium 239 (58), P. Süe, Dix ans d'application de la radioactivité artificielle (58).
Nordefeldt, E. Anm. av L. Pauling, General Chemistry (57), J. B. Conant, On Understanding Science (136), R. K. Strong, Chemistry for the Executive. A Laymans Guide to Chemistry (137), J. Berzelius, Reiseerinnerungen aus Deutschland (138), J. Lambert-T. A. Muir, Practical Chemistry (223), G. Watt-L. Hatch, The Science of Chemistry (290).
Olsson, H. Anm. av A. Gjelsvik, Projeksjonsteikning (286), O. P. Arvesen, Lærebok i beskrivende geometri (287).
Petrini, H. Om ytlikhet 105
Pleijel, Å. Anm. av N. E. Fremberg, Inledning till differential- och integralkalkylen 279
Ramstedt, Eva. Anm. av M. v. Laue, Geschichte der Physik 48
Red. Till läsekretsen 292
— Anm. av Tellus, utg. av Svenska Geofysiska Föreningen 62
Rodhe, B. Anm. av J. A. Chalmers, Atmospheric Electricity 219
Ryde, N. Nobelpriset i fysik 1948 1
Samén, E. Organiska föreningar och valenstal 126
Sillén, L. G. Kemistens hjärna — ett utrymmesproblem 161

Sjöstrand, O. Anm. av F. H. Miller, Analytic Geometry and Calculus 287
Slätis, H. Elementens uppkomst I 241
Starck, G. Nobelpriset i kemi 1948 4
— Halvmikrometodik i skolans kemiundervisning 272
— Anm. av Ingenjörshandboken, bd. 4, Kemi och kemisk teknologi (59), E. A. Moelwyn-Hughes, The Kinetics of Reactions in Solutions (136).
Sunner, S. Studies in Combustion Calorimetry Applied to Organo-Sulphur Compounds (ref. av gradualavh.) 294
Svartholm, N. Anm. av L. de Broglie, Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs 136
Tandberg, J. Anm. av Bonniers Konversationslexikon, Bd XIV (139), Råvaror och material (140), G. Friedlander-J. W. Kennedy, Introduction to Radiochemistry (222), E. Schrödinger, Vad är liv? Den levande cellen ur fysikalisk synpunkt (291).
Thulin, Å. och Ingelstam, E. Nyare konstruktioner inom spegeloptiken I 107
Wahlgren, A. Anm. av O. Ore, Number Theory and its History .. 133
Weibull, B. Anm. av S. Siggia, Quantitative Organic Analysis via Functional Groups 221
Westöö, R. och Aler, B. Scintillationsräknare I 261
Wetterfors, P. Anm. av Upptäckter och uppfinningar .. 224
Wetterwik, E. Pantografen 278
— Anm. av K. Piene, Dokumenter, litteratur m. m. til undervisningen i matematikk og regning i den högre skolen 291
Wilner, T. Kärnfysikaliska försök med enkla medel 28
Gradualavhandlingar (autoreferat): G. Brogren (144), O. Brulin (293), B. Bruno (142), M. Bäth (228), S. Fronæus (64), S. Hjalmars (227), B. Holmberg (65), L. Huldt (63), B. Ingelman (230), A. Johansson (293), P.-A. Lagerqvist (143), T. Ljunggren (141), A. Ljunghall (295), S. Sunner (294).
Matematiska uppgifter (red. av S. Bagman) 68, 146, 231, 298
Notis om uppg. 6 i allm. kurs, aug. 1949 254
Matem. o. fysikaliska uppg. vid studentskrivningar o. fyllnadsprövningar 1949: jan. (73), mars (149), aug. (234), nov. (301).
Provräkning i realexamen v. t. och h. t. 1949 ..... 156, 307
Praktisk realexamen 1949: Uppg. i fysik v. t. (157), h. t. (308) och Uppg. i beskrivande maskin- och byggnadslära v. t. (159), h. t. (310).
Tidskrifter, innehållsöversikt 66, 144, 226, 234, 311

Bokanmälningar:

1. Allmänt innehåll: BERZELIUS, Reiseerinnerungen aus Deutschland (138); »Bonniers Konversationslexikon», Bd XIV (139); BURCHARD, Q. E. D., M. I. T. in World War II (49); CONANT, On Understanding Science (136); »Mikroskopie», Zentralblatt für mikroskopische Forschung und Methodik (61); »Råvaror och material» (140); Tidskriften »Tellus» (62); »Upptäckter och uppfinningar» (224); WIENER, Cybernetics (215).

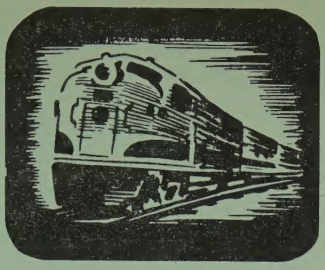
2. Matematik: ARVESEN, Beskrivende geometri (287); CARLSON, Rymdgeometri (212); COURANT-ROBBINS, What is Mathematics? (132); DENJOY, Leçons sur le calcul des coefficients d'une série trigonométrique (282); FREMBERG, Inledning till differential- och integralkalkylen (279); GJELSVIK, Projeksjonsteikning (286); HALD, Statistiske Metoder (285); HASSE, Zahlentheorie (283); LÉVY, Processus stochastiques et mouvement brownien (46); LICHNEROWICZ, Algèbre et analyse linéaires (46); MCLACHLAN, Modern Operational Calculus (47); MILLER, Analytic Geometry and Calculus (287); MURNAGHAN, Introduction to Applied Mathematics (132); NAGELL, Lärobok i algebra (44); NEYMAN, Proceedings of the Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability (214); ORE, Number Theory and its History (133); PIENE, Dokumenter m. m. til undervisningen i matematikk i den högre skolen (291); REDDICK, Differential Equations (211); RUTHERFORD, Substitutional Analysis (281); SJÖSTEDT, Kurvor och kurvkonstruktioner (48); USPENSKY, Theory of Equations (223).

3. Fysik, matematisk fysik, mekanik, atomfysik: BEGHIN, Cours de mécanique (284); BJERGE, Elektron- och Atomfysik (221); CHALMERS, Atmospheric Electricity (219); COMPARAT, Uranium 235 et Plutonium 239 (58); DARROW, Atomic Energy (50); DE BROGLIE, Mécanique ondulatoire du photon (136); »Industrial Electronics Reference Book» (288); GAYDON, Dissociation Energies and Spectra of Diatomic Molecules (54); HOUSTON, Principles of Mathematical Physics (131); HOWE, Introduction to Physics (56); »Kosmos», Bd 26 (53); »Kärnfysik» (52); V. LAUE, Geschichte der Physik (48); LEMON-FERENCE, Analytical Experimental Physics (216); LUNDBAK, Atomet og Universet (290); MILNE, Vectorial Mechanics (213); OLDENBERG, Introduction to Atomic Physics (135); RICE-TELLER, The Structure of Matter (134); SCHIFF, Quantum Mechanics (130);

Schrödinger, Den levande cellen ur fysikalisk synpunkt (291); Smith, The Elements of Physics (55); Tolansky, Multiple-Beam Interferometry of Surfaces and Films (51); Tyrén, Teknisk termodynamik (218); Wingårdh, Röntgenstrålarna (220).

4. Kemi: Friedlander-Kennedy, Introduction to Radiochemistry (222); Grignard, Précis de chimie organique (289); Hatcher, An Introduction to Chemical Science (138); »Ingenjörshandboken», Bd 4, Kemi och kemisk teknologi (59); Lambert-Muir, Practical Chemistry (223); Mathieu, Manuel d'analyse chimique (61); Moelwyn-Hughes, The Kinetics of Reactions in Solutions (136); Pascal, Chimie générale (224); Pauling, General Chemistry (57); Siggia, Quantitative Organic Analysis via Functional Groups (221); Strong, Chemistry for the Executive (137); Süe, Dix ans d'application de la radioactivité artificielle (58); Watt-Hatch, The Science of Chemistry (290).

Upplysningar om recensenterna under 1949 ..... 63, 140, 225, 297



Den skapande tankens triumfer

från urtid till nutid

Upptäckter och uppfinningar

redigerad av KURT FALK och ERNST HERLIN
under medverkan av HILDUR NYGREN

Pris inb. kr. 3:60, netto för skolor kr. 2:90, lärarex. kr. 1:80

Innehållet, som är framställt i en lättfattlig och intresseväckande form, omfattar fysik och kemi med deras tekniska tillämpningar samt geologi och astronomi. Den omspänner kursen i realskolan. Styckena är i huvudsak ordnade i samma följd som motsvarande moment i kursplanen. Några uppsatser ligger mer vid sidan om kursen och kan läsas utan någon förberedelse. Vid valet av läsestycken har utgivarna följt en önskan att låta skolornas elever bli delaktiga även av forskningens senaste resultat. Samtliga stycken är nyskrivna eller bearbetade för läseboken.

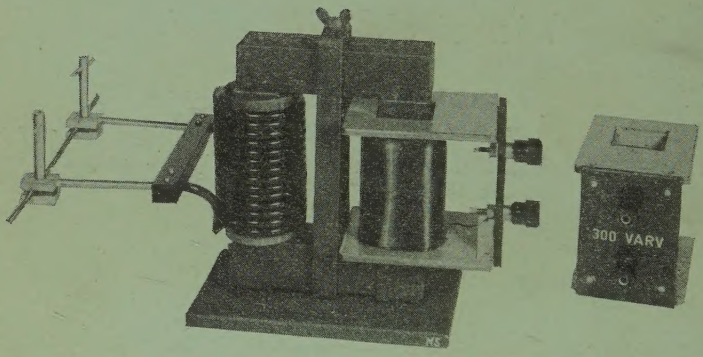
Godkänd av Statens läroboksnämnd

SVENSKA BOKFÖRLAGET
DROTTNINGGATAN 20 - STOCKHOLM

FYSIKALISKA APPARATER

från

Norstedts verkstad



Transformator med spolar

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Stockholm

Lund 1949, Håkan Ohlssons boktryckeri.